laboratoire de mécanique et d'acoustique

Équations générales des milieux continus
(mécanique et thermodynamique)

Jean Garrigues

mailto:jean.garrigues@centrale-marseille.fr

http://jean.garrigues.perso.centrale-marseille.fr

Jeudi 2 et jeudi 9 février 2017

CENTRALE MARSEILLE

Au programme...

Au programme...

- Concepts fondamentaux :

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :
- Principes de Newton (mécanique classique)

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :
- Principes de Newton (mécanique classique)
- Premier principe de la thermodynamique :

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :
- Principes de Newton (mécanique classique)
- Premier principe de la thermodynamique :
- Second principe de la thermodynamique

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :
- Principes de Newton (mécanique classique)
- Premier principe de la thermodynamique :
- Second principe de la thermodynamique
- Exemple : construction des fluides simples

Au programme...

- Concepts fondamentaux :
- Principe de la conservation de la masse :
- Principes de Newton (mécanique classique)
- Premier principe de la thermodynamique :
- Second principe de la thermodynamique
- Exemple : construction des fluides simples
- Synthèse

Première partie

Concepts fondamentaux

Domaines en MMC

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.

En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^m$

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$

Domaines en MMC

Domaines
Extensivité
Lemme fondamental

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}^m_0$

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$	frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^m$
position de référence : $\mathscr{D}_0^m$	frontière de référence : $\partial\mathscr{D}_0^m$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}^m_0$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$	frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$	frontière de référence : $\partial\mathscr{D}^m_0$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}^m_0$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».
En mécanique des fluides : « volume de contrôle ».

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}^m_t$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}^m_t$
position de référence : $\mathscr{D}^m_0$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}^m_0$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».
En mécanique des fluides : « volume de contrôle ».

Notations :

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^m$
position de référence : $\mathscr{D}_0^m$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}_0^m$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».
En mécanique des fluides : « volume de contrôle ».

Notations :

Position actuelle : $\mathscr{D}_t^g$

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$ — frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^m$
position de référence : $\mathscr{D}_0^m$ — frontière de référence : $\partial\mathscr{D}_0^m$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».
En mécanique des fluides : « volume de contrôle ».

Notations :

Position actuelle : $\mathscr{D}_t^g$ — frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^g$

Domaines en MMC

Domaine matériel

$\mathscr{D}^m$: Ensemble de particules (*a priori* en mouvement).

Pas de flux de matière à travers la frontière.
En thermodynamique : « système fermé ».

Notations :

position actuelle : $\mathscr{D}_t^m$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^m$
position de référence : $\mathscr{D}_0^m$ frontière de référence : $\partial\mathscr{D}_0^m$

Domaine géométrique

$\mathscr{D}^g$: Ensemble de points (traversé par un milieu continu).

De la matière traverse la frontière (*a priori* mobile).
En thermodynamique : « système ouvert ».
En mécanique des fluides : « volume de contrôle ».

Notations :

Position actuelle : $\mathscr{D}_t^g$ frontière actuelle : $\partial\mathscr{D}_t^g$

(en méca des fluides, il est parfois sous-entendu que la frontière est fixe pour l'observateur utilisé)

Extensivité

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$:

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\quad \mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Extensivité

Domaines
Extensivité
Lemme fondamental

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives :

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume,

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse,

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique,

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique, quantité de mouvement ;

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique, quantité de mouvement ;
- grandeurs non extensives :

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique, quantité de mouvement ;
- grandeurs non extensives : température,

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique, quantité de mouvement ;
- grandeurs non extensives : température, pression,

Extensivité

Soit $\mathscr{D}$ un domaine (matériel ou géométrique),
et une partition de $\mathscr{D}$: $\mathscr{D} = \cup_{i=1}^{n} \mathscr{D}_i$ et $\mathscr{D}_i \cap \mathscr{D}_j = \emptyset \quad (i \neq j)$

Grandeur extensive

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive : $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_i)$ pour toute partition de $\mathscr{D}$

Théorème (Radon-Nicodym-Lebesgue)

$\boldsymbol{\Psi}$ extensive $\Rightarrow$ $\exists\, \boldsymbol{\Psi}^v(M)$ tel que $\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}) = \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v$

$\boldsymbol{\Psi}^v$: densité volumique de $\boldsymbol{\Psi}$.

Exemples :

- grandeurs extensives : volume, masse, énergie cinétique, quantité de mouvement ;
- grandeurs non extensives : température, pression, déformation.

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\boldsymbol{\partial\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \, (\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t) \, \mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Domaines
Extensivité
Lemme fondamental

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel :

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) =$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} =$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}\left(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\right)\mathrm{d}v_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v \otimes \boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t) = (\Psi_E^v \otimes \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t) \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t\end{aligned}$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t\\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\Psi_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)\\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v}\text{ : taux de dilatation volumique})\end{aligned}$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\
&= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v \otimes \boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t) = (\Psi_E^v \otimes \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t) \\
&= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})
\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique :

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\, K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v \otimes \boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v \otimes \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t) \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \;=\int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t\\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)\\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v}\ :\ \text{taux de dilatation volumique})\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) =$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0, t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\
&= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v \otimes \boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v \otimes \boldsymbol{v}_E)\cdot \boldsymbol{n}_t) \\
&= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})
\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g, t) = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t, t)\,\mathrm{d}v_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \dfrac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \quad = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\Psi_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t) \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v \otimes \boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v \otimes \boldsymbol{v}_E)\cdot \boldsymbol{n}_t)$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^g} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f=\boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}^m_t}\boldsymbol{\Psi}^v_E(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_0}\boldsymbol{\Psi}^v_L(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}^m_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v_E}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^m_t}\boldsymbol{\Psi}^v_E\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}^m_t}\left(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v_E}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\right)\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}^v_E\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)$$

$$= \int_{\mathscr{D}^m_t}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}^v_E + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}^v_E)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f\neq\boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}^g_t}\boldsymbol{\Psi}^v_E(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}^g_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v_E}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t}\boldsymbol{\Psi}^v_E\,(\boldsymbol{v}^f_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}^g_t}\left(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v_E}{\partial t} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes\boldsymbol{v}_E)\right)\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t}\boldsymbol{\Psi}^v_E\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v}\ \text{: taux de dilatation volumique})$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^g}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^g}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\Big)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^g}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\big(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes(\boldsymbol{v}_E^f-\boldsymbol{v}_E)\big)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t \quad \text{(éq. de bilan)}$$

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t}\boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m}\boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^m}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t)$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} = \int_{\mathscr{D}_t^g}\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^g}\Big(\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\Big)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^g}(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\big(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes(\boldsymbol{v}_E^f-\boldsymbol{v}_E)\big)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t \quad \text{(éq. de bilan)}$$

$\boldsymbol{\tau_\Psi}$: « taux » de production volumique actuel de $\boldsymbol{\Psi}$ dans le domaine ;

Dérivée en temps d'une grandeur extensive

Rappel : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \dfrac{\partial \boldsymbol{\Psi}^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v\,(\boldsymbol{v}^f \cdot \boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t$

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive ($\boldsymbol{\Psi}^v$ existe)

Pour un domaine matériel : $(\boldsymbol{v}^f = \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \boldsymbol{\Psi}_L^v(\boldsymbol{x}_0,t)\,K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)\,\mathrm{d}v_0$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}_E(\boldsymbol{\Psi}^v\otimes\boldsymbol{v})\Big)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{n}_t) = (\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t) \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t \qquad (\tau_v = \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{v} \text{ : taux de dilatation volumique})\end{aligned}$$

Pour un domaine géométrique : $(\boldsymbol{v}^f \neq \boldsymbol{v})$

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^g,t) = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v(\boldsymbol{x}_t,t)\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(pas de description de Lagrange possible)}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\Psi}}{\mathrm{d}t} &= \int_{\mathscr{D}_t^g} \frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,(\boldsymbol{v}_E^f\cdot\boldsymbol{n}_t)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^g} \Big(\frac{\partial \boldsymbol{\Psi}_E^v}{\partial t} + \mathbf{div}(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes\boldsymbol{v}_E)\Big)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t \\ &= \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\,\boldsymbol{\Psi}_E^v)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \big(\boldsymbol{\Psi}_E^v\otimes(\boldsymbol{v}_E^f-\boldsymbol{v}_E)\big)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(éq. de bilan)}\end{aligned}$$

$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{\Psi}}$: « taux » de production volumique actuel de $\boldsymbol{\Psi}$ dans le domaine ;

$\boldsymbol{\phi}_{\boldsymbol{\Psi}}$: « flux convectif » de $\boldsymbol{\Psi}$ entrant à travers la frontière.

Lemme fondamental

Lemme fondamental

Soit $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ un champ défini dans $\mathscr{E}_3$.

Lemme fondamental

Soit $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ un champ défini dans $\mathscr{E}_3$.

Théorème

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M, \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Lemme fondamental

Soit $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ un champ défini dans $\mathscr{E}_3$.

Théorème

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \forall M, \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

(démonstration dans l'annexe A1 dans le pdf)

Lemme fondamental

Soit $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ un champ défini dans $\mathscr{E}_3$.

Théorème

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M, \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

(démonstration dans l'annexe A1 dans le pdf)

Attention :

Lemme fondamental

Soit $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ un champ défini dans $\mathscr{E}_3$.

Théorème

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M, \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

(démonstration dans l'annexe A1 dans le pdf)

Attention :

Ce théorème n'est applicable que si la définition $\boldsymbol{\Psi}^v(M)$ ne dépend pas du domaine $\mathscr{D}$.

Seconde partie

Conservation de la masse

Conservation de la masse (domaine matériel)

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire,

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} \rho_E \, \mathrm{d}v_t$$

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \, \mathrm{d}v_0$$

Conservation de la masse (domaine matériel)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \,\mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \, \mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_0} \rho_L K_{vL} \,\mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

La masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

Conservation de la masse (domaine matériel)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \, \mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

La masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

Écritures équivalentes : (formules de la diapositive 6, avec $\Psi = m$)

Conservation de la masse (domaine matériel)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \, \mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

La masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

Écritures équivalentes : (formules de la diapositive 6, avec $\Psi = m$)

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t$$

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \,\mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

La masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

Écritures équivalentes : (formules de la diapositive 6, avec $\Psi = m$)

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \,\mathrm{d}v_t$$

$$0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\frac{\partial \rho_E}{\partial t} + \mathrm{div}_E(\rho\, \boldsymbol{v}) \right) \mathrm{d}v_t$$ (dérivée d'intégrale à domaine variable)

Conservation de la masse (domaine matériel)

La masse est une mesure de la quantité de matière.

Physique classique

La masse est une grandeur scalaire, objective et extensive.

La masse actuelle d'un domaine matériel est :

$$m(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_0^m} \rho_L \, K_{vL} \, \mathrm{d}v_0$$

ρ : masse volumique (densité volumique de masse, qu'on devrait noter m^v)

Principe de la conservation de la masse

La masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

Écritures équivalentes : (formules de la diapositive 6, avec $\Psi = m$)

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \mathrm{d}v_t$$

$$0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\frac{\partial \rho_E}{\partial t} + \mathrm{div}_E(\rho \, \boldsymbol{v}) \right) \mathrm{d}v_t \qquad \text{(dérivée d'intégrale à domaine variable)}$$

$$0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E \, \tau_{vE} \right) \mathrm{d}v_t$$

Équation locale

Équation locale

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE} \right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\dfrac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Équation locale

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E \, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E \, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\dfrac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E \, \tau_{vE} \right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v}$$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v}$$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Pour $t = t_0$, $\quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \dfrac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Pour $t = t_0$, $\quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$ et $\quad K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t_0) = 1.$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E \, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \frac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Pour $t = t_0$, $\quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$ et $\quad K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t_0) = 1.$

On a donc : $C = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \dfrac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t)}$$

Pour $t = t_0$, $\quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0, t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0) \quad$ et $\quad K_{vL}(\boldsymbol{x}_0, t_0) = 1.$

On a donc : $C = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$

Forme locale intégrée temporellement : $\quad K_v(P,t) = \dfrac{\rho_0(P)}{\rho(P,t)}$

Équation locale

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot{\rho}_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow \dfrac{\dot{\rho}(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot{K}_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0,t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Pour $t = t_0$, $\quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0,t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$ et $\quad K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t_0) = 1$.

On a donc : $C = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$

Forme locale intégrée temporellement : $\quad K_v(P,t) = \dfrac{\rho_0(P)}{\rho(P,t)}$

La conservation de la masse implique une relation entre la masse volumique actuelle ρ et la dilatation volumique actuelle K_v.

Équation locale

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

La conservation de la masse est vraie pour tout domaine matériel :

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad 0 = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\dot\rho_E + \rho_E\, \tau_{vE}\right) \mathrm{d}v_t$$

Lemme fondamental $\Rightarrow$ $\dfrac{\dot\rho(P,t)}{\rho(P,t)} = -\tau_v(P,t)$ (équation de « continuité »)

Intégration temporelle de t_0 à t : (pour les solides déformables)

$$\frac{\dot\rho}{\rho} = -\tau_v = -\frac{\dot K_v}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{C}{K_v} \quad \Rightarrow \quad \rho_L(\boldsymbol{x}_0,t) = \frac{C}{K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t)}$$

Pour $t = t_0$, $\rho_L(\boldsymbol{x}_0,t_0) = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$ et $K_{vL}(\boldsymbol{x}_0,t_0) = 1.$

On a donc : $C = \rho_0(\boldsymbol{x}_0)$

Forme locale intégrée temporellement : $K_v(P,t) = \dfrac{\rho_0(P)}{\rho(P,t)}$

> La conservation de la masse implique une relation entre la masse volumique actuelle ρ et la dilatation volumique actuelle K_v.

(dans une déformation de solide, la masse volumique évolue)

Bilan de masse (domaine géométrique)

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel :

(dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}}) \, \mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel :

(dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t =$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g, t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} \underbrace{(\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\, \boldsymbol{\Psi}_E^v)}_{\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{\Psi}}} \, \mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\Psi}}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\, \rho_E) \, \mathrm{d}v_t +$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel :

(dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g}(\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v+\tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi}=m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v=\rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g}\rho_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g}(\dot{\rho}_E+\tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\rho_E\,\big((\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g}(\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\boldsymbol{\Psi}_E^v\,\big((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g}\rho_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g}(\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g}\rho_E\,\big((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\big)\,\mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \qquad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\quad \dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \qquad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Finalement :

Bilan de masse (domaine géométrique)

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{\Psi}}}) \, \mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot \boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\Psi}}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E) \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot \boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \qquad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Finalement :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m(\mathscr{D}_t^g, t) =$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \quad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Finalement :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m(\mathscr{D}_t^g, t) = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel :

(dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de $\boldsymbol{\Psi}$, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{\Psi}}})\,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\Psi}}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \qquad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Finalement :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m(\mathscr{D}_t^g, t) = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t$$

La masse d'un domaine géométrique varie avec le temps.

Bilan de masse (domaine géométrique)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Rappel : (dérivée d'intégrale sur un domaine géométrique, bilan de Ψ, diapositive 6)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t}_{\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t)} = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\underbrace{\dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^v + \tau_{vE}\boldsymbol{\Psi}_E^v}_{\boldsymbol{\tau_\Psi}}) \,\mathrm{d}v_t + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^v \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi_\Psi}}$$

Pour $\boldsymbol{\Psi} = m \quad (\boldsymbol{\Psi}^v = \rho)$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} (\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E) \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t$$

Équation de « continuité » : $\dot{\rho}_E + \tau_{vE}\,\rho_E = 0 \qquad (\Leftrightarrow \tau_m = 0)$

Finalement :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} m(\mathscr{D}_t^g, t) = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t$$

La masse d'un domaine géométrique varie avec le temps.
Sa dérivée temporelle est le débit massique entrant à travers la frontière.

Densité massique d'une grandeur extensive

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive.

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Densité massique d'une grandeur extensive

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho}$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1}\text{)}$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\mathrm{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \, \mathrm{d}v_t$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\mathrm{kg}^{-1})$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1})$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}m$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad (\text{unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1})$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \,\mathrm{d}v_t$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\mathrm{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \, \mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1})$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}^m_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^m_E \, \mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \, \mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \, \mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

- Pour un domaine matériel $\mathscr{D}^m$:

Densité massique d'une grandeur extensive

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad (\text{unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\mathrm{kg}^{-1})$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \, \mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

- Pour un domaine matériel $\mathscr{D}^m$:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^m, t) = \frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^m \, \mathrm{d}m$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho\,\mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

- Pour un domaine matériel $\mathscr{D}^m$:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m_t, t) = \frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}^m_t} \dot{\boldsymbol{\Psi}}^m_E \,\mathrm{d}m$$

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\mathrm{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t, t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho \,\mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

- Pour un domaine matériel $\mathscr{D}^m$:

$$\frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}^m_t, t) = \frac{\mathbf{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{\Psi}^m_E \,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}^m_t} \dot{\boldsymbol{\Psi}}^m_E \,\mathrm{d}m$$

- Pour un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

Densité massique d'une grandeur extensive

Soit $\boldsymbol{\Psi}$ une grandeur extensive. (rappel : on peut définir $\boldsymbol{\Psi}^v$)

Densité massique d'une grandeur extensive

$$\boldsymbol{\Psi}^m = \frac{\boldsymbol{\Psi}^v}{\rho} \qquad \text{(unité : } [\boldsymbol{\Psi}].\text{kg}^{-1}\text{)}$$

Relations :

$$\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t,t) = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^v \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}m \quad \text{où} \quad \mathrm{d}m = \rho\,\mathrm{d}v_t$$

Dérivées temporelles d'intégrales de masse :

(en tenant compte de la conservation de la masse)

- Pour un domaine matériel $\mathscr{D}^m$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^m,t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^m \,\mathrm{d}m$$

- Pour un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\Psi}(\mathscr{D}_t^g,t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}_E^m \,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^g} \dot{\boldsymbol{\Psi}}_E^m \,\mathrm{d}m + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\Psi}_E^m \left((\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t}_{\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\Psi}}}$$

En bref...

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.
- Équation locale : $\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.
- Équation locale : $\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$ (équation dite « de continuité »)

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.
- Équation locale : $\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$ (équation dite « de continuité »)
- Équation locale intégrée en temps : $\frac{\rho_0}{\rho} = K_v$

En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.
- Équation locale : $\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$ (équation dite « de continuité »)
- Équation locale intégrée en temps : $\frac{\rho_0}{\rho} = K_v$
- La masse d'un domaine géométrique est variable dans le temps.

En bref...

Domaine matériel
Forme locale
Domaine géométrique
Densités massiques
En bref...

- La masse est une grandeur scalaire extensive et objective qui mesure la quantité de matière.
- Principe : la masse d'un domaine matériel est invariante dans le temps.
- Équation locale : $\dfrac{\dot{\rho}}{\rho} = -\tau_v$ (équation dite « de continuité »)
- Équation locale intégrée en temps : $\dfrac{\rho_0}{\rho} = K_v$
- La masse d'un domaine géométrique est variable dans le temps.
- La dérivée temporelle des intégrales de masse est d'expression plus simple que celle des intégrales de volume.

Troisième partie

Principe fondamental de la mécanique

Rappels de mécanique newtonienne

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}, \quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j$, $\quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ $\quad$ et

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Trois théorèmes généraux sur les systèmes matériels :

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Trois théorèmes généraux sur les systèmes matériels :

- Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

Rappels de mécanique newtonienne

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Trois théorèmes généraux sur les systèmes matériels :

- Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$
- Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad \boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Trois théorèmes généraux sur les systèmes matériels :

- Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$
- Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$
- Théorème de la puissance cinétique : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

Rappels de mécanique newtonienne

Deux principes :

1. Loi de mouvement pour un point matériel

$\boldsymbol{f}_{ext} = m\boldsymbol{\gamma}$, $\quad\boldsymbol{\gamma}$: accélération pour un observateur galiléen

2. Interactions de Newton entre points matériels

$\forall i \neq j, \quad \boldsymbol{F}_{P_i/P_j} = -\boldsymbol{F}_{P_j/P_i}$ et $\boldsymbol{F}_{P_i/P_j} \wedge (\boldsymbol{x}_t^{P_i} - \boldsymbol{x}_t^{P_j}) = \boldsymbol{0}$

(la nature, le sens et l'intensité de la force d'interaction ne sont pas précisés)

Conséquences de ces deux principes (rappel) :

Trois théorèmes généraux sur les systèmes matériels :

- Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$
- Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$
- Théorème de la puissance cinétique : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$
- Corollaire : la résultante et le moment résultant des efforts intérieurs à un système matériel sont nuls.

Forces extérieures sur un domaine matériel

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}_{ext}^{v}(P,t)$ (champ matériel de forces **volumiques**, N.m^{-3})

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})
  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, $\mathrm{N.m^{-3}}$)
  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces **massiques**, $\mathrm{N.kg^{-1}} = \mathrm{m.s^{-2}}$)

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})
  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})
  $$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

  $$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})
  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})
  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\, \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\, \mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\, \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\, \mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}_{ext}^{v}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}_{ext}^{m}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}_{ext}^{v}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}_{ext}^{dist} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{v}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{m}\, \mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O}^{dist} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{v}\, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{m}\, \mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}_{ext}^{s}(P',t)$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces **surfaciques**, N.m^{-2})

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces surfaciques, N.m^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{cont}_{ext} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces surfaciques, N.m^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{cont}_{ext} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \boldsymbol{M}^{cont}_{ext\,O} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces surfaciques, N.m^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{cont}_{ext} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \boldsymbol{M}^{cont}_{ext\,O} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Bilan des actions extérieures sur un domaine matériel :

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces surfaciques, N.m^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{cont}_{ext} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \boldsymbol{M}^{cont}_{ext\,O} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Bilan des actions extérieures sur un domaine matériel :

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \boldsymbol{R}^{dist}_{ext} + \boldsymbol{R}^{cont}_{ext}$$

Forces extérieures sur un domaine matériel

1. Forces extérieures à distance (gravitation, électrostatique, etc.)

- elles agissent sur toutes les particules P de $\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^v_{ext}(P,t)$ (champ matériel de forces volumiques, N.m^{-3})

  ou $\boldsymbol{f}^m_{ext}(P,t) = \rho^{-1}\boldsymbol{f}^v_{ext}$ (champ matériel de forces massiques, N.kg^{-1} = m.s^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{dist}_{ext} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

$$\boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^m_{ext\,E}\,\mathrm{d}m$$

2. Forces extérieures de contact (objets, parois, pressions, etc.)

- elles agissent sur les particules P' de la frontière $\partial\mathscr{D}^m$
- notation : $\boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$ (champ matériel de forces surfaciques, N.m^{-2})

$$\boldsymbol{R}^{cont}_{ext} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \boldsymbol{M}^{cont}_{ext\,O} = \int_{\partial\mathscr{D}^m_t} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Bilan des actions extérieures sur un domaine matériel :

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \boldsymbol{R}^{dist}_{ext} + \boldsymbol{R}^{cont}_{ext} \qquad \boldsymbol{M}_{ext\,O} = \boldsymbol{M}^{dist}_{ext\,O} + \boldsymbol{M}^{cont}_{ext\,O}$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\operatorname{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \operatorname{ext}(\mathscr{D}_t^m)$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.

Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m))$$

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m))$$

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$,

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m))$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} +$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m}$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-3}})$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-3}})$$

- forces extérieures de contact : (sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$)

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m}^{-3})$$

- forces extérieures de contact : (sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$)

$$\boldsymbol{f}^s_{\partial\mathscr{D}_i^m}$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\text{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \text{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \text{ext}(\mathscr{D}_i^m))$$

> Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\text{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\text{N.m}^{-3})$$

- forces extérieures de contact : (sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$)

$$\boldsymbol{f}^s_{\partial\mathscr{D}_i^m} \qquad (\text{N.m}^{-2})$$

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m) \qquad \text{(partition de } \mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)\text{)}$$

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-3}})$$

- forces extérieures de contact : (sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$)

$$\boldsymbol{f}^s_{\partial\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-2}})$$

Contrainte actuelle sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$ (intérieure à $\mathscr{D}_t^m$)

Efforts intérieurs dans un milieu continu

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Soit $\mathscr{D}_t^m$ la position actuelle d'un domaine matériel.
Soit $\mathscr{D}_i^m \subset \mathscr{D}_t^m$ un sous-domaine.

$\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m) = (\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m) \cup \mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)$ (partition de $\mathrm{ext}(\mathscr{D}_i^m)$)

Les actions mécaniques de $(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)$ sur $\mathscr{D}_i^m$ sont extérieures au sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$, mais intérieures à $\mathscr{D}_t^m$.

Forces extérieures sur le sous-domaine $\mathscr{D}_i^m$:

- forces extérieures à distance :

$$\boldsymbol{f}^v_{\mathscr{D}_i^m} = \boldsymbol{f}^v_{(\mathscr{D}_t^m - \mathscr{D}_i^m)/\mathscr{D}_i^m} + \boldsymbol{f}^v_{\mathrm{ext}(\mathscr{D}_t^m)/\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-3}})$$

- forces extérieures de contact : (sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$)

$$\boldsymbol{f}^s_{\partial\mathscr{D}_i^m} \qquad (\mathrm{N.m^{-2}})$$

Contrainte actuelle sur la frontière $\partial\mathscr{D}_i^m$ (intérieure à $\mathscr{D}_t^m$)

C'est la densité surfacique de force de contact : $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{f}^s_{\partial\mathscr{D}_i^m}$.

Tenseur des contraintes

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$.

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P, \boldsymbol{n}_t, t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t)$

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P, \boldsymbol{n}_t, t) \rightarrow \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P, \boldsymbol{n}_t, t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2}$$

Tenseur des contraintes

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \rightarrow \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t(P,t)$$

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P, \boldsymbol{n}_t, t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$,

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$, sans en donner la valeur.

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P, \boldsymbol{n}_t, t) \rightarrow \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P, \boldsymbol{n}_t, t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$, sans en donner la valeur. (on peut en donner une description de Lagrange ou d'Euler)

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$, sans en donner la valeur. (on peut en donner une description de Lagrange ou d'Euler)

Condition aux limites en contraintes sur $\partial \mathscr{D}_t^m$

Tenseur des contraintes

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$, sans en donner la valeur. (on peut en donner une description de Lagrange ou d'Euler)

Condition aux limites en contraintes sur $\partial \mathscr{D}_t^m$

$$\forall P' \in \partial \mathscr{D}_t^m,$$

Tenseur des contraintes

1. Théorème (« Hypothèse de Cauchy »)

Tous les sous-domaines $\mathscr{D}_i^m$ dont la frontière contient la particule P et qui ont la même normale extérieure en P ont la même contrainte $\boldsymbol{c}$.

(démonstration dans l'annexe A2 du pdf)

La contrainte actuelle $\boldsymbol{c}$ ne dépend donc que de la particule P et de la facette de normale $\boldsymbol{n}_t$. $\exists \boldsymbol{f_c}$ tel que $(P,\boldsymbol{n}_t,t) \to \boldsymbol{c} = \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t)$

2. Existence du tenseur des contraintes

$$\exists \boldsymbol{\sigma}(P,t) \in \mathbb{V}_3^{\otimes 2} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{f_c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P,t)$$

(démonstration dans l'annexe A3 du pdf)

La démonstration prouve l'existence du champ matériel $\boldsymbol{\sigma}(P,t)$, sans en donner la valeur. (on peut en donner une description de Lagrange ou d'Euler)

Condition aux limites en contraintes sur $\partial\mathscr{D}_t^m$

$$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$

Décomposition des contraintes

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c}$$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t)$$

Décomposition des contraintes

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Contrainte tangentielle (vecteur) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$\boldsymbol{c}_T = \boldsymbol{c} - c_N \boldsymbol{n}_t$$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Contrainte tangentielle (vecteur) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$\boldsymbol{c}_T = \boldsymbol{c} - c_N \boldsymbol{n}_t$ ($\boldsymbol{c}_T$ est un vecteur de la facette matérielle)

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Contrainte tangentielle (vecteur) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$\boldsymbol{c}_T = \boldsymbol{c} - c_N \boldsymbol{n}_t$ ($\boldsymbol{c}_T$ est un vecteur de la facette matérielle)

On a donc : $\boldsymbol{c} = c_N \boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{c}_T$

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Contrainte tangentielle (vecteur) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$\boldsymbol{c}_T = \boldsymbol{c} - c_N \boldsymbol{n}_t \qquad (\boldsymbol{c}_T \text{ est un vecteur de la facette matérielle})$$

On a donc : $\boldsymbol{c} = c_N \boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{c}_T$ et $\|\boldsymbol{c}\|^2 = {c_N}^2 + \|\boldsymbol{c}_T\|^2$ (scalaires)

Décomposition des contraintes

Soient une particule P,
et une facette matérielle en P de normale actuelle $\boldsymbol{n}_t$.
La contrainte actuelle sur la facette matérielle est :

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t$$

Contrainte normale (scalaire) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$$c_N = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{c} = \boldsymbol{n}_t \cdot \boldsymbol{\sigma}(P,t) \cdot \boldsymbol{n}_t = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : (\boldsymbol{n}_t \otimes \boldsymbol{n}_t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t) : \boldsymbol{N}_t$$

si $c_N > 0$: contrainte normale de *traction* ;
si $c_N < 0$: contrainte normale de *compression* ;

Contrainte tangentielle (vecteur) en P pour la facette $\boldsymbol{n}_t$

$\boldsymbol{c}_T = \boldsymbol{c} - c_N \boldsymbol{n}_t$ ($\boldsymbol{c}_T$ est un vecteur de la facette matérielle)

On a donc : $\boldsymbol{c} = c_N \boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{c}_T$ et $\|\boldsymbol{c}\|^2 = {c_N}^2 + \|\boldsymbol{c}_T\|^2$ (scalaires)

(contrairement au scalaire c_N, le vecteur contrainte tangentielle $\boldsymbol{c}_T$ est sensible au sens de $\boldsymbol{n}_t$)

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire :

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^{v}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^{v}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^{v}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique :

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^{v}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^{v}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^v \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^s \,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{ext\,E}^v + \boldsymbol{f}_{int\,E}^v) \,\mathrm{d}v_t +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^v \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^s \,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{ext\,E}^v + \boldsymbol{f}_{int\,E}^v) \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0\,E}^v +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^v \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^s \,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{ext\,E}^v + \boldsymbol{f}_{int\,E}^v) \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) \,\mathrm{d}v_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathcal{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de **tout l'univers** sur la particule)

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathcal{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

(f^v_0 : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique :

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

(f^v_0 : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathcal{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^v \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^s \,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{ext\,E}^v + \boldsymbol{f}_{int\,E}^v) \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathcal{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) \,\mathrm{d}v_t$$

(f_0^v : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathcal{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}m$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

(f^v_0 : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

(f^v_0 : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de **tout l'univers** sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique :

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

(f^v_0 : force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{{\boldsymbol{v}_E}^2}{2}\,\mathrm{d}m$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \boldsymbol{\gamma}_E\, \mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\, \mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma})\, \mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\, \mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\, \mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right) \mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{v}_E{}^2}{2}\, \mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\, \mathrm{d}v_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \mathbf{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{v}_E^{\,2}}{2}\,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\displaystyle\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{v}_E{}^2}{2}\,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{v}_E\cdot(\boldsymbol{f}_{0E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\big)\,\mathrm{d}v_t + $$

Théorèmes généraux (pour un domaine matériel)

Rappel du corollaire : $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$ et $\int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t = \boldsymbol{0}$

Théorème de la résultante dynamique : $\boldsymbol{R}_{dyn} = \boldsymbol{R}_{ext}$

$$\boldsymbol{R}_{dyn} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{R}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{ext\,E} + \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{\sigma}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

($\boldsymbol{f}^v_0$: force vol. à distance de tout l'univers sur la particule)

Théorème du moment dynamique : $\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \boldsymbol{M}_{ext\,O}$

$$\boldsymbol{M}_{dyn\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{M}_{ext\,O} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Th. de la puissance cinétique : $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{v}_E^{\,2}}{2}\,\mathrm{d}m = \cdots = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} = \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E}\,\mathrm{d}s_t = \cdots$$

$$= \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}_{0\,E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E})\big)\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\big)\,\mathrm{d}v_t$$

Équations différentielles locales

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\, \mathrm{d}v_t$$

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\, \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}$$

Équations différentielles locales

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}^v_0 + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}$$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\, \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}^v_0 + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma} \quad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad$ $\boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}^v_0 + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\big)\,\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}^v_0 + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}^v_{0E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}$$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}_{0E}^v - \boldsymbol{f}_{int\,E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E \boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}_{int}^{mec}$$

$$\mathscr{P}_{int}^{mec} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}_{int\,E}^v\,\mathrm{d}v_t$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}$$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}_{0E}^v - \boldsymbol{f}_{int\,E}^v + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E \boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}_{int}^{mec}$$

$$\mathscr{P}_{int}^{mec} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E \,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}_{int\,E}^v \,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}_{int}^{v\,cont} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ (équation de mouvement)

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma}$ est symétrique.

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}^v_{0\,E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E} + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}^{v\,cont}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} \qquad \mathscr{P}^{v\,dist}_{int} = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D},\quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right)\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma} \text{ est symétrique.}$$

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}_{0E}^v - \boldsymbol{f}_{int\,E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\right)\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}_{int}^{mec}$$

$$\mathscr{P}_{int}^{mec} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}_{int\,E}^v\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}_{int}^{v\,cont} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} \qquad \mathscr{P}_{int}^{v\,dist} = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}_{int}^v \qquad (\mathrm{W.m}^{-3})$$

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\,\mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma})\,\mathrm{d}v_t$$

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}_{0E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\big)\,\mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \boldsymbol{\sigma} \text{ est symétrique.}$$

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \big(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}_{0E}^v - \boldsymbol{f}_{int\,E}^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{v}\big)\,\mathrm{d}v_t + \mathscr{P}_{int}^{mec}$$

$$\mathscr{P}_{int}^{mec} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}_{int\,E}^v\,\mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}_{int}^{v\,cont} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} \qquad \mathscr{P}_{int}^{v\,dist} = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}_{int}^v \qquad (\mathrm{W.m^{-3}})$$

$\mathscr{P}_{int}^{mec} = \mathscr{P}_{int}^{cont} + \mathscr{P}_{int}^{dist}$ est une grandeur extensive.

Équations différentielles locales

Rappel du lemme fondamental

$$\forall \mathscr{D}, \quad \int_{\mathscr{D}} \boldsymbol{\Psi}^v(M)\, \mathrm{d}v = \mathbf{0} \qquad \Leftrightarrow \qquad \forall M \quad \boldsymbol{\Psi}^v(M) = \mathbf{0}$$

Conséquence du th. de la résultante dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma})\, \mathrm{d}v_t$$

$$\rho \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}^v_0 + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(équation de mouvement)}$$

Conséquence du th. du moment dynamique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{x}_t \wedge (\boldsymbol{f}^v_{0E} + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma}_E\right) \mathrm{d}v_t$$

$$\boldsymbol{H} : \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{\sigma} \text{ est symétrique.}$$

Conséquence du th. de la puissance cinétique

$$\forall \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^m} \left(\boldsymbol{v}_E \cdot (\boldsymbol{f}^v_{0E} - \boldsymbol{f}^v_{int\,E} + \mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma}) + \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{grad}_E \boldsymbol{v}\right) \mathrm{d}v_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t^m} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E \, \mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{int\,E} \, \mathrm{d}v_t$$

$$\mathscr{P}^{v\,cont}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} \qquad \mathscr{P}^{v\,dist}_{int} = \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int} \qquad (\mathrm{W.m^{-3}})$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \mathscr{P}^{cont}_{int} + \mathscr{P}^{dist}_{int} \text{ est une grandeur extensive.}$$

(dans la littérature, la puissance des efforts intérieurs à distance est généralement négligée)

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t =$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \, \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \, \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{v} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}_{ext\,E}^{s} \, \mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathcal{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathcal{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathcal{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathcal{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathcal{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathcal{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m =$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = - \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = - \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{Q_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement Q_m)

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \, \mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\mathcal{Q}_m$)

Théorème des moments

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \, \mathrm{d}v_t = - \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\mathcal{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t =$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\mathcal{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement Q_m)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement Q_m)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\mathcal{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$

(« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t =$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot \boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \, \mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \, \mathrm{d}v_t = - \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f) \cdot \boldsymbol{n}_t \right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$

(« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \, \mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \, \mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \Phi_{E_{cin}} +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right)\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$

(« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$

(« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \Phi_{E_{cin}} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} +$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot \boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \Phi_{E_{cin}} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} = \Phi_{E_{cin}} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$ (« conservation » ou bilan de l'énergie cinétique E_{cin})

Théorèmes généraux (pour un domaine géométrique)

Théorème des résultantes

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \,\mathrm{d}v_t = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \left((\boldsymbol{v}_E - \boldsymbol{v}^f)\cdot\boldsymbol{n}_t\right) \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{Q}_m = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{Q}_m} + \boldsymbol{R}_{ext}$$ (« conservation » ou bilan de la quantité de mouvement $\boldsymbol{Q}_m$)

Théorème des moments

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{x}_t \wedge \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{M}_{cin\,O} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{M}_{cin\,O}} + \boldsymbol{M}_{ext\,O}$$ (« conservation » ou bilan du moment cinétique $\boldsymbol{M}_{cin}$)

Théorème de la puissance cinétique

$$\int_{\mathscr{D}_t^g} \rho_E \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{\gamma}_E \,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{ext\,E} \,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^s_{ext\,E} \,\mathrm{d}s_t + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} = \Phi_{E_{cin}} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$$ (« conservation » ou bilan de l'énergie cinétique E_{cin})

Rappel : « flux convectif » de $\boldsymbol{\Psi}$ entrant à travers la frontière :

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{\Psi}} = \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t$$

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ (égalité vectorielle)

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \quad \text{(égalité vectorielle)} \quad \Leftrightarrow$$

$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t)$,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t), \quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \quad \text{(égalité vectorielle)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \quad \text{(égalité vectorielle)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel $(\boldsymbol{\delta u})$,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \quad \text{(égalité vectorielle)} \quad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel $(\boldsymbol{\delta u})$, vitesse virtuelle $(\boldsymbol{v}^*)$.

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$$ (égalité vectorielle) $\Leftrightarrow$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\quad \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel $(\boldsymbol{\delta u})$, vitesse virtuelle $(\boldsymbol{v}^*)$.
- l'équation scalaire équivalente :

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel ($\boldsymbol{\delta u}$), vitesse virtuelle ($\boldsymbol{v}^*$).
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$$ (égalité vectorielle) $\Leftrightarrow$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel $(\boldsymbol{\delta u})$, vitesse virtuelle $(\boldsymbol{v}^*)$.
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale, formulation variationnelle,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel ($\boldsymbol{\delta u}$), vitesse virtuelle ($\boldsymbol{v}^*$).
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale, formulation variationnelle, formulation faible (*weak formulation*),

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel ($\boldsymbol{\delta u}$), vitesse virtuelle ($\boldsymbol{v}^*$).
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale, formulation variationnelle, formulation faible (*weak formulation*),
  - théorème (ou principe) des travaux virtuels,

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym\,grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel ($\boldsymbol{\delta u}$), vitesse virtuelle ($\boldsymbol{v}^*$).
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale, formulation variationnelle, formulation faible (*weak formulation*),
  - théorème (ou principe) des travaux virtuels, théorème (ou principe) des puissances virtuelles ;

Formulation intégrale (de l'équation de mouvement)

Équation scalaire équivalente à l'équation de mouvement

$$\rho\,\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{f}_0^v + \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} \qquad \text{(égalité vectorielle)} \qquad \Leftrightarrow$$

$$\forall \boldsymbol{w} \in \mathbb{H}(\mathscr{D}_t),\ \int_{\mathscr{D}_t} \rho_E\,\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{\gamma}_E\,\mathrm{d}v_t = \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_{0E}^v\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t} \boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{f}_E^s\,\mathrm{d}s_t - \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{\sigma}_E : \mathbf{sym}\,\mathbf{grad}_E\,\boldsymbol{w}\,\mathrm{d}v_t$$

Équation scalaire équivalente (utile dans certaines méthodes numériques).

Terminologies (rencontrées dans la littérature)

- le champ vectoriel arbitraire $\boldsymbol{w}$:
  - fonction test, fonction de pondération,
  - déplacement virtuel ($\boldsymbol{\delta u}$), vitesse virtuelle ($\boldsymbol{v}^*$).
- l'équation scalaire équivalente :
  - formulation intégrale, formulation variationnelle, formulation faible (*weak formulation*),
  - théorème (ou principe) des travaux virtuels, théorème (ou principe) des puissances virtuelles ;

Remarque

En thermomécanique, cette formulation intégrale est incomplète !

Changements d'observateur

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}_{ext}^{s}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}_{ext}^{s}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.
- La puissance des efforts intérieurs $\mathscr{P}_{int}^{mec} = \mathscr{P}_{int}^{cont} + \mathscr{P}_{int}^{dist}$ et sa densité volumique $-\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}_{int}^{v}$ sont des scalaires objectifs.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.
- La puissance des efforts intérieurs $\mathscr{P}^{mec}_{int} = \mathscr{P}^{cont}_{int} + \mathscr{P}^{dist}_{int}$ et sa densité volumique $-\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}$ sont des scalaires objectifs.
- La puissance des efforts extérieurs à distance et de contact $\mathscr{P}^{cont}_{ext}$ et $\mathscr{P}^{dist}_{ext}$ sont des scalaires non objectifs.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.
- La puissance des efforts intérieurs $\mathscr{P}^{mec}_{int} = \mathscr{P}^{cont}_{int} + \mathscr{P}^{dist}_{int}$ et sa densité volumique $-\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}$ sont des scalaires objectifs.
- La puissance des efforts extérieurs à distance et de contact $\mathscr{P}^{cont}_{ext}$ et $\mathscr{P}^{dist}_{ext}$ sont des scalaires non objectifs.
- La puissance cinétique $\mathscr{P}_{cin}$ est un scalaire non objectif.

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}_{ext}^{s}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.
- La puissance des efforts intérieurs $\mathscr{P}_{int}^{mec} = \mathscr{P}_{int}^{cont} + \mathscr{P}_{int}^{dist}$ et sa densité volumique $-\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}_{int}^{v}$ sont des scalaires objectifs.
- La puissance des efforts extérieurs à distance et de contact $\mathscr{P}_{ext}^{cont}$ et $\mathscr{P}_{ext}^{dist}$ sont des scalaires non objectifs.
- La puissance cinétique $\mathscr{P}_{cin}$ est un scalaire non objectif.

Remarque : réécriture du théorème de la puissance cinétique

Changements d'observateur

Principe

Les forces surfaciques extérieures de contact $\boldsymbol{f}^s_{ext}$ sont des grandeurs vectorielles objectives.

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est objectif.
- Sa divergence eulérienne $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma}$ est un vecteur objectif.
- La puissance des efforts intérieurs $\mathscr{P}^{mec}_{int} = \mathscr{P}^{cont}_{int} + \mathscr{P}^{dist}_{int}$ et sa densité volumique $-\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}$ sont des scalaires objectifs.
- La puissance des efforts extérieurs à distance et de contact $\mathscr{P}^{cont}_{ext}$ et $\mathscr{P}^{dist}_{ext}$ sont des scalaires non objectifs.
- La puissance cinétique $\mathscr{P}_{cin}$ est un scalaire non objectif.

Remarque : réécriture du théorème de la puissance cinétique

$$\underbrace{\mathscr{P}^{mec}_{int}}_{\text{obj.}} = \underbrace{\mathscr{P}_{cin}}_{\text{non obj.}} - \underbrace{\mathscr{P}^{mec}_{ext}}_{\text{non obj.}}$$

En bref...

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact)

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
$$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
  $$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
$$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement :

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
  $$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :

$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$

- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,

$$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$

- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\quad \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
  $$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.
  3. Puissance actuelle des efforts intérieurs :

En bref...

Rappels
Forces extérieures
Forces intérieures
Théorèmes généraux (dom. mat.)
Équations locales
Théorèmes généraux (dom. géo.)
Formulation intégrale
Changements d'observateur
En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
  $$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.
  3. Puissance actuelle des efforts intérieurs :
  $$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E \,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{v}_E \cdot \boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t$$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
  $$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
  $$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.
  3. Puissance actuelle des efforts intérieurs :
  $$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t \quad \text{(W)}$$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :

$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$

- Condition aux limites en contraintes :
  si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,

$$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$

- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\quad \mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.
  3. Puissance actuelle des efforts intérieurs :

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t \qquad \text{(W)}$$

$$\mathscr{P}^{v\,mec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{f}^v_{int}$$

En bref...

- Il existe un tenseur des contraintes objectif tel que la contrainte (effort surfacique intérieur de contact) sur une facette matérielle de direction actuelle $\boldsymbol{n}_t$ est :
$$\boldsymbol{c}(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{\sigma}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$
- Condition aux limites en contraintes :
si la facette matérielle de normale $\boldsymbol{n}_t$ est sur la frontière,
$$\boldsymbol{\sigma}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P') = \boldsymbol{f}^s_{ext}(P',t)$$
- Conséquences des trois théorèmes généraux :
  1. Équation de mouvement : $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{f}^v_0 = \rho\,\boldsymbol{\gamma}$
  2. Symétrie du tenseur des contraintes.
  3. Puissance actuelle des efforts intérieurs :
$$\mathscr{P}^{mec}_{int} = \int_{\mathscr{D}_t} -\boldsymbol{\sigma}_E : \boldsymbol{D}_E \,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t} \boldsymbol{v}_E\cdot\boldsymbol{f}^v_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t \quad \text{(W)}$$
$$\mathscr{P}^{v\,mec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{f}^v_{int} \quad (\mathrm{W.m^{-3}})$$

Quatrième partie

Premier principe de la thermodynamique

Variables d'état

Variables d'état

Système thermodynamique

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé »)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert »)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système.

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_i^\bullet\}\}$

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » :

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}, \{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}, \{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\},\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques
  (autres terminologies :

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}, \{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques
  (autres terminologies : « internes »,

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\},\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques
  (autres terminologies : « internes », « non observables »,

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T, \rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T, \boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T, \boldsymbol{X}, \{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}, \{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques
  (autres terminologies : « internes », « non observables », « cachées »,

Variables d'état

Système thermodynamique

Domaine matériel (système « fermé ») ou géométrique (système « ouvert ») modélisé par un milieu continu (éventuellement par morceaux).

Variables d'état

Liste de champs matériels objectifs nécessaires et suffisants pour définir l'état actuel du système. (ces champs sont donc « indépendants »)

Le choix de la liste des variables d'état est la première étape de la modélisation du comportement du système thermodynamique.

Exemples :

- Fluide simple : $\{T,\rho\}$ (T : température, ρ : masse volumique)
- Solide déformable isotrope : $\{T,\boldsymbol{X}\}$ ($\boldsymbol{X}$: un tenseur de déformation objectif)
- Solide déformable anisotrope : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\}\}$ ($\boldsymbol{N}_t^\bullet$: dir. act. d'anisotropie)
- Solide déf. (isotrope ou non) « à mémoire » : $\{T,\boldsymbol{X},\{\boldsymbol{N}_t^\bullet\},\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}\}$
  $\{\boldsymbol{\alpha}_t^\bullet\}$: variables d'état mnésiques
  (autres terminologies : « internes », « non observables », « cachées », « non mesurables »)

Fonctions d'état

Fonctions d'état

Fonction d'état

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif χ'

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif χ' déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») :

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t), \cdots, \boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t), \cdots, \boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire :

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t), \cdots, \boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \partial_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si $\boldsymbol{\chi}'$ non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires,

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si $\boldsymbol{\chi}'$ non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \partial_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives,

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'}\, \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t), \cdots, \boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :
Objectivité de χ' (scalaire) :

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :
Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Définition universelle de χ' :

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t), \cdots, \boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Définition universelle de χ' : $f_{\chi'}(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}_\bullet) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Définition universelle de χ' : $f_{\chi'}(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}_\bullet) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Objectivité des $\boldsymbol{\chi}_\bullet$:

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \partial_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si χ' non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Définition universelle de χ' : $f_{\chi'}(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}_\bullet) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Objectivité des $\boldsymbol{\chi}_\bullet$: $\forall \boldsymbol{Q}_t,\ f_{\chi'}\big(\mathscr{R}_{\boldsymbol{Q}_t}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)\big) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Fonctions d'état

Fonction d'état

Champ matériel objectif $\boldsymbol{\chi}'$ déterminé par les seules variables d'état (« indépendantes ») : $\boldsymbol{\chi}'(P,t) = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}\big(\boldsymbol{\chi}_1(P,t),\cdots,\boldsymbol{\chi}_n(P,t)\big)$

(toute fonction de variables d'état et de fonctions d'état est une fonction d'état !)

Dérivée particulaire : $\dot{\boldsymbol{\chi}}' = \sum_i \boldsymbol{\partial}_i \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'} \overline{\otimes}^{p_i} \dot{\boldsymbol{\chi}}_i$ (non objective si $\boldsymbol{\chi}'$ non scalaire)

Cas particulier : si χ' et $\{\chi_\bullet\}$ sont scalaires, $\dot{\chi}' = \sum_i \partial_i f_{\chi'} \dot{\chi}_i$ (objective)

Théorème

Si les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ et la fonction d'état scalaire χ' sont objectives, la fonction d'état $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ est une fonction isotrope.

Démonstration :

Objectivité de χ' (scalaire) : $\widetilde{\chi}' = \chi'$

Définition universelle de χ' : $f_{\chi'}(\widetilde{\boldsymbol{\chi}}_\bullet) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Objectivité des $\boldsymbol{\chi}_\bullet$: $\forall \boldsymbol{Q}_t,\ f_{\chi'}\big(\mathscr{R}_{\boldsymbol{Q}_t}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)\big) = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) \quad \Rightarrow \quad f_{\chi'}$ est isotrope.

Espace des états, évolution

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\Rightarrow$

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists\,\overline{f}_{\chi'}$ tel que :

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists\,\bar{f}_{\chi'}$ tel que : $\; f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives,

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists\,\bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$.

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$. ($\{I_\bullet\}$: variables d'état dites « réduites »)

Espace des états, évolution

Concepts de base
1^{er} principe (dom. mat.)
Équation locale
1^{er} principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
En bref...

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$. ($\{I_\bullet\}$: variables d'état dites « réduites »)

Espace des états

Tout état de particule est représenté par un point $\{I_1, \cdots, I_m\}$ de $\mathbb{R}^m$.

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$. ($\{I_\bullet\}$: variables d'état dites « réduites »)

Espace des états

Tout état de particule est représenté par un point $\{I_1,\cdots,I_m\}$ de $\mathbb{R}^m$.

Évolution thermodynamique d'une particule

Chemin dans $\mathbb{R}^m$ paramétré par le temps $\{I_1(P,t), I_2(P,t),\cdots\}$.

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\quad\Rightarrow\quad \exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m) \quad (I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$. ($\{I_\bullet\}$: variables d'état dites « réduites »)

Espace des états

Tout état de particule est représenté par un point $\{I_1, \cdots, I_m\}$ de $\mathbb{R}^m$.

Évolution thermodynamique d'une particule

Chemin dans $\mathbb{R}^m$ paramétré par le temps $\{I_1(P,t), I_2(P,t), \cdots\}$.

Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule

Vecteur de $\mathbb{R}^m$ de composantes $\{\dot{I}_1(P,t), \cdot, \dot{I}_m(P,t)\}$.

Espace des états, évolution

$f_{\chi'}$ isotrope $\Rightarrow$ $\exists \bar{f}_{\chi'}$ tel que : $f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m)$ $(I_\bullet \in \mathbb{V}^{\otimes 0})$

Toute fonction d'état scalaire objective $\chi' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ où les variables d'état $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ sont objectives, se ramène à une fonction scalaire $\bar{f}_{\chi'}$ de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$. ($\{I_\bullet\}$: variables d'état dites « réduites »)

Espace des états

Tout état de particule est représenté par un point $\{I_1, \cdots, I_m\}$ de $\mathbb{R}^m$.

Évolution thermodynamique d'une particule

Chemin dans $\mathbb{R}^m$ paramétré par le temps $\{I_1(P,t), I_2(P,t), \cdots\}$.

Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule

Vecteur de $\mathbb{R}^m$ de composantes $\{\dot{I}_1(P,t), \cdot, \dot{I}_m(P,t)\}$.

Remarque : les $\{\dot{I}_\bullet\}$ ne sont pas nécessairement indépendants.

Résumé des concepts de base

Résumé des concepts de base

- Variables d'état :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs,

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_{\bullet}(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_{\bullet}(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_{\bullet}(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_{\bullet})$

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = f_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_{\bullet}(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_{\bullet})$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_{\bullet}(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_{\bullet})$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors : $f_{\chi'}$ est isotrope

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\chi_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)

Résumé des concepts de base

Concepts de base
1er principe (dom. mat.)
Équation locale
1er principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
En bref...

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors : $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\chi_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors : $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$ (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\chi_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états,

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\chi_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états, paramétré par le temps.

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1,\cdots,I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états, paramétré par le temps.
- Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule :

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\chi}'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors : $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists\{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états, paramétré par le temps.
- Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule : vecteur de $\mathbb{R}^m$, de composantes $\{\dot{I}_1, \cdots, \dot{I}_m\}$

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors : $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists \{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m)$
(on réduit les variables d'état tensorielles $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états, paramétré par le temps.
- Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule : vecteur de $\mathbb{R}^m$, de composantes $\{\dot{I}_1, \cdots, \dot{I}_m\}$ (pas toujours indépendants !)

Résumé des concepts de base

- Variables d'état : liste de champs matériels $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet(P,t)\}$ objectifs, choisie pour définir l'état actuel d'un système matériel.
- Fonction d'état : sa valeur est déterminée par les seules variables d'état : $\boldsymbol{\chi}' = \boldsymbol{f}_{\chi'}(\boldsymbol{\chi}_\bullet)$ ($f_{\chi'}$: définition universelle)
- Le cas utile : si la fonction d'état χ' est scalaire objective les variables d'état (*a priori* tensorielles) étant objectives, alors :
  $f_{\chi'}$ est isotrope $\Rightarrow$ $\exists \{I_\bullet\}$ scalaires tel que $\chi' = \bar{f}_{\chi'}(I_1, \cdots, I_m)$
  (on réduit les variables d'état tensorielles $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$ à m scalaires $\{I_\bullet\}$ indépendants)
- Espace des états : un état de particule est un point de $\mathbb{R}^m$.
- Évolution thermodynamique d'une particule : chemin dans l'espace des états, paramétré par le temps.
- Vitesse d'évolution thermodynamique d'une particule : vecteur de $\mathbb{R}^m$, de composantes $\{\dot{I}_1, \cdots, \dot{I}_m\}$ (pas toujours indépendants !)

On peut maintenant écrire les deux principes de la thermodynamique.

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique :

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\left(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement

1^er^ principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\Big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\Big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :
$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$
L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \, \mathrm{d}m$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, e_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\big(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t\ \left(=\int_{\mathscr{D}_0^m}\rho_L\,e_L^m\,K_{vL}\,\mathrm{d}v_0\right)$$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Concepts de base
1er principe (dom. mat.)
Équation locale
1er principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
En bref...

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\Big(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\Big(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\left(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, e_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} +$$

1^er^ principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\left(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=$$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\left(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\Big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\Big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, e_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{int} = \mathscr{P}_{ext}^{mec} + \mathscr{P}_{ext}^{cal}$$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\left(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+\mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\big(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+\mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1^er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, e_E^m \,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}_{ext}^{mec} + \mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1. Choix des variables d'état $\{I_1, \cdots, I_m\}$

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2) - E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}} + \underbrace{\big(E_{int}(t_2) - E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}} = \underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}} + \underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, e_E^m \,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{int} = \mathscr{P}_{ext}^{mec} + \mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1. Choix des variables d'état $\{I_1, \cdots, I_m\}$ (physiquement significatives)

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\big(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\big(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\big)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+\mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1. Choix des variables d'état $\{I_1,\cdots,I_m\}$ (physiquement significatives)
2. Expression de la fonction d'état $\bar{f}_e$:

1er principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. ∃ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\left(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\left(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\right)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

   L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
   (pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+\mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1. Choix des variables d'état $\{I_1,\cdots,I_m\}$ (physiquement significatives)
2. Expression de la fonction d'état $\bar{f}_e$: $e^m=\bar{f}_e(I_1,\cdots,I_m)$

1^{er} principe thermodynamique (domaine matériel)

Énoncé classique : (évolution finie d'un domaine matériel)

1. $\exists$ une énergie interne telle que l'énergie se conserve :

$$\underbrace{\Big(E_{cin}(t_2)-E_{cin}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. cinétique}}+\underbrace{\Big(E_{int}(t_2)-E_{int}(t_1)\Big)}_{\text{var. énerg. interne}}=\underbrace{W_{t_1}^{t_2}}_{\text{trav. reçu}}+\underbrace{Q_{t_1}^{t_2}}_{\text{chal. reçue}}$$

L'énergie reçue sert à modifier le mouvement et l'énergie interne.
(pas besoin d'« équilibre(s) » !)

2. L'énergie interne est une fonction d'état objective et extensive :

$$E_{int}(\mathscr{D}_t^m,t)=\int_{\mathscr{D}_t^m} e_E^m\,\mathrm{d}m=\int_{\mathscr{D}_t^m}\rho_E\,e_E^m\,\mathrm{d}v_t$$

Énoncé « instantané » : (la conservation de l'énergie est vraie à tout instant)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}=\mathscr{P}_{ext}^{mec}+\mathscr{P}_{ext}^{cal}$$ (bilan d'énergie « entre t et $t+\mathrm{d}t$ »)

Modèle de milieu continu

1. Choix des variables d'état $\{I_1,\cdots,I_m\}$ (physiquement significatives)
2. Expression de la fonction d'état $\bar{f}_e$: $e^m=\bar{f}_e(I_1,\cdots,I_m)$
(elle doit refléter les expériences et respecter le second principe dans toute évolution)

Équation de la chaleur

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t) \text{ tel que } q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m,$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -\,q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} ; chaleur reçue)

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : $W.m^{-2}$ à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$\mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int}$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -\,q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m =$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} ; chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E \,\mathrm{d}m = \mathscr{P}^{mec}_{ext}$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E \,\mathrm{d}m = \mathscr{P}^{mec}_{ext} - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E \,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}_E^m \,\mathrm{d}m = \mathscr{P}^{mec}_{ext} - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r_E^v\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m,\quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E \,\mathrm{d}m = \qquad -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{v\,mec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t +$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} ; chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = \qquad -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t =$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m,\quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t +$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\forall\,\mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m,\quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\forall\,\mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (conséquence du lemme fondamental)

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : W.m^{-2} à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} : chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E \,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\forall\, \mathscr{D}_t^m, \quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (conséquence du lemme fondamental)

où $\quad \dot{e}^m = \sum_{j=1}^{m} \partial_j \bar{f}_e\, \dot{I}_j$

Équation de la chaleur

Existence du vecteur courant de chaleur (démonstrations dans le pdf)

$\exists\, \boldsymbol{q}(P,t)$ tel que $q^s(P,\boldsymbol{n}_t,t) = \boldsymbol{q}(P,t)\cdot\boldsymbol{n}_t$ (q^s : $\mathrm{W.m^{-2}}$ à travers une facette $\boldsymbol{n}_t$)

Condition thermique aux frontières

$\forall P' \in \partial\mathscr{D}_t^m, \quad \boldsymbol{q}(P',t)\cdot\boldsymbol{n}_t(P',t) = -q^s_{ext}(P',t)$ (q^s_{ext} ; chaleur reçue)

Cons. de l'énergie : (dom. matériel) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$

$$\mathscr{P}^{mec}_{int} + \int_{\mathscr{D}_t^m} \dot{e}^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$\forall\,\mathscr{D}_t^m,\quad \int_{\mathscr{D}_t^m} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}_t^m} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}_t^m} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

Équation de la chaleur

$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (conséquence du lemme fondamental)

où $\dot{e}^m = \sum_{j=1}^{m} \partial_j \bar{f}_e\, \dot{I}_j$ ($\bar{f}_e(I_1,\cdots,I_m)$: propre à chaque modèle de matériau)

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\, \dot{e}^m = -\, \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\, \dot{e}^m_E \,\mathrm{d}v_t = - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E} \,\mathrm{d}v_t$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\, \dot{e}^m_E \, \mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E \, \mathrm{d}v_t$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\cdots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\cdots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\cdots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) =$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int}$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_e$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E\otimes(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (bilan d'énergie interne)

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\, \dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\, \dot{e}^m_E\, \mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}\, \mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\, \mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\, \mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\, \mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t$) $\qquad + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\, e^m_E\, (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{int}(\mathscr{D}^g, t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin}(\mathscr{D}^g, t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{int}(\mathscr{D}^g, t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$ (bilan d'énergie interne)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{tot}(\mathscr{D}^g, t) =$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (bilan d'énergie interne)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{tot}(\mathscr{D}^g,t) =$$

1er principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$ (bilan d'énergie interne)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{tot}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} +$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\dots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f-\boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$

(interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \Phi_{E_{cin}}$$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_e$$ (bilan d'énergie interne)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{tot}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \Phi_{E_{tot}}$$

1^{er} principe thermodynamique (domaine géométrique)

Rappel : $\rho\,\dot{e}^m = -\,\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v$ (équation de la chaleur)

Soit un domaine géométrique $\mathscr{D}^g$:

$$\int_{\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,\dot{e}^m_E\,\mathrm{d}v_t = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\mathscr{D}^g_t} \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$\ldots$ (dérivée d'intégrale de masse sur un domaine géométrique)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}^g_t} e^m_E\,\mathrm{d}m = -\int_{\mathscr{D}^g_t} \mathscr{P}^{vmec}_{int\,E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t + \int_{\mathscr{D}^g_t} r^v_E\,\mathrm{d}v_t$$

$$+\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \rho_E\,e^m_E\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

(« flux convectif » entrant : $\int_{\partial\mathscr{D}^g_t} \boldsymbol{\Psi}^v_E \otimes (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_e$$ (interpr. : bilan d'énergie interne)

Autre interprétation : (rencontrée dans la littérature)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_{E_{cin}}$ (mécanique : bilan d'énergie cinétique)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int}(\mathscr{D}^g,t) = -\,\mathscr{P}^{mec}_{int} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_e$ (bilan d'énergie interne)

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{tot}(\mathscr{D}^g,t) = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} + \boldsymbol{\Phi}_{E_{tot}}$ (bilan « d'énergie totale »)

Changements d'observateur

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}}$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t$$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \;\; \forall \widetilde{\mathscr{R}} \;\; \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \;\; \forall t,$$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P', t) = q^s_{ext}(P', t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \;\; \forall \widetilde{\mathscr{R}} \;\; \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \;\; \forall t, \quad \widetilde{q}^{s}_{ext}(P',t) = q^{s}_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P', t) = q^s_{ext}(P', t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^{s}_{ext}(P',t) = q^{s}_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin}$ n'est pas objective.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \;\; \forall \widetilde{\mathscr{R}} \;\; \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \;\; \forall t, \quad \widetilde{q}^{s}_{ext}(P',t) = q^{s}_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin}$ n'est pas objective.
- La puissance mécanique extérieure $\mathscr{P}^{mec}_{ext}$ n'est pas objective.

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R}\ \forall \widetilde{\mathscr{R}}\ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t\ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}$ n'est pas objective.
- La puissance mécanique extérieure $\mathscr{P}^{mec}_{ext}$ n'est pas objective.
- Conservation de l'énergie pour un domaine matériel :

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R}\ \forall \widetilde{\mathscr{R}}\ \forall P' \in \partial\mathscr{D}_t\ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}$ n'est pas objective.
- La puissance mécanique extérieure $\mathscr{P}^{mec}_{ext}$ n'est pas objective.
- Conservation de l'énergie pour un domaine matériel :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext}$$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^s_{ext}(P',t) = q^s_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin}$ n'est pas objective.
- La puissance mécanique extérieure $\mathscr{P}^{mec}_{ext}$ n'est pas objective.
- Conservation de l'énergie pour un domaine matériel :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} \quad \Leftrightarrow$$

Changements d'observateur

Principe

Objectivité de la chaleur extérieure reçue à la frontière :

$$\forall \mathscr{R} \ \forall \widetilde{\mathscr{R}} \ \forall P' \in \partial \mathscr{D}_t \ \forall t, \quad \widetilde{q}^{s}_{ext}(P',t) = q^{s}_{ext}(P',t) \qquad (\mathrm{W.m^{-2}})$$

Conséquences : (démonstrations dans le pdf)

- Le courant de chaleur $\boldsymbol{q}$ est un champ vectoriel objectif.
- $\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ est un champ scalaire objectif.
- r^v est un champ scalaire objectif.

Remarques :

- L'énergie cinétique E_{cin} n'est pas objective.
- Sa dérivée temporelle $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}$ n'est pas objective.
- La puissance mécanique extérieure $\mathscr{P}^{mec}_{ext}$ n'est pas objective.
- Conservation de l'énergie pour un domaine matériel :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} + \mathscr{P}^{cal}_{ext} \quad \Leftrightarrow \quad \underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{int} - \mathscr{P}^{cal}_{ext}}_{\text{objectif}} = \mathscr{P}^{mec}_{ext} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}E_{cin}$$

En bref...

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)

En bref…

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel
     (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive
     (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel
     (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive
     (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

$$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \operatorname{div}_E \boldsymbol{q} + r^v_E$$

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

$$\rho\,\dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} + r^v_E \qquad \left(\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}\right)$$

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel
     (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive
     (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

$$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad (\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int})$$

- Pour un domaine géométrique :

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad \left(\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}\right)$$
- Pour un domaine géométrique :
  cons. énergie ⇔ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E$ (où $\mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}$)
- Pour un domaine géométrique :

  cons. énergie $\Leftrightarrow$ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad (\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int})$$

- Pour un domaine géométrique :
  cons. énergie ⇔ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :
  1. choix d'une liste de variables d'état objectives $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$,

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad (\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int})$$
- Pour un domaine géométrique :

  cons. énergie $\Leftrightarrow$ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :
  1. choix d'une liste de variables d'état objectives $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$,
  2. réduction à une liste de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$,

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

$$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \operatorname{div}_E \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad (\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int})$$

- Pour un domaine géométrique :
  cons. énergie $\Leftrightarrow$ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :
  1. choix d'une liste de variables d'état objectives $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$,
  2. réduction à une liste de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$,
  3. expression de l'énergie interne massique (fonction d'état) :

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad (\text{où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int})$$

- Pour un domaine géométrique :

  cons. énergie ⇔ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :
  1. choix d'une liste de variables d'état objectives $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$,
  2. réduction à une liste de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$,
  3. expression de l'énergie interne massique (fonction d'état) :

  $$e^m = \bar{f}_e(I_1, \cdots, I_m)$$

En bref...

- Premier principe de la thermodynamique :
  1. conservation de l'énergie pour un domaine matériel (via un postulat d'existence d'une énergie interne)
  2. l'énergie interne est une fonction d'état objective extensive (cette fonction d'état est particulière à chaque modèle)
- Forme locale : équation de la chaleur

  $$\rho\, \dot{e}^m = -\mathscr{P}^{vmec}_{int} - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} + r^v_E \qquad \text{(où } \mathscr{P}^{vmec}_{int} = -\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} + \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{f}^v_{int}\text{)}$$

- Pour un domaine géométrique :

  cons. énergie ⇔ bilan d'énergie interne (ou d'énergie totale)
- Modélisation d'un milieu continu :
  1. choix d'une liste de variables d'état objectives $\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}$,
  2. réduction à une liste de m variables d'état scalaires $\{I_\bullet\}$,
  3. expression de l'énergie interne massique (fonction d'état) :

  $$e^m = \bar{f}_e(I_1, \cdots, I_m) \qquad \text{(physiquement sensée et respectant le second principe)}$$

Cinquième partie

Second principe de la thermodynamique

Motivations

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde.

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre),

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre), et précise les conditions pour qu'elles soient thermodynamiquement admissibles.

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre), et précise les conditions pour qu'elles soient thermodynamiquement admissibles.
- Les lois de comportement doivent satisfaire le second principe dans toute évolution possible.

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre), et précise les conditions pour qu'elles soient thermodynamiquement admissibles.
- Les lois de comportement doivent satisfaire le second principe dans toute évolution possible.
  - on vérifiera que le modèle de comportement fluide newtonien classique est le modèle thermodynamiquement admissible de fluide le plus simple ;

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre), et précise les conditions pour qu'elles soient thermodynamiquement admissibles.
- Les lois de comportement doivent satisfaire le second principe dans toute évolution possible.
  - on vérifiera que le modèle de comportement fluide newtonien classique est le modèle thermodynamiquement admissible de fluide le plus simple ;
  - on verra que certains modèles de comportement solides déformables classiques violent le second principe.

Motivations

- Tout modèle qui viole le second principe de la thermodynamique est physiquement absurde. (exemple : le mouvement perpétuel)
- Le second principe prouve la nécessité d'existence des lois de comportement (ainsi que leur nombre), et précise les conditions pour qu'elles soient thermodynamiquement admissibles.
- Les lois de comportement doivent satisfaire le second principe dans toute évolution possible.
  - on vérifiera que le modèle de comportement fluide newtonien classique est le modèle thermodynamiquement admissible de fluide le plus simple ;
  - on verra que certains modèles de comportement solides déformables classiques violent le second principe.

Écrire le second principe est donc un bon point de départ pour créer des modèles de comportement thermodynamiquement admissibles.

Second principe (pour un domaine matériel)

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)

Second principe (pour un domaine matériel)

Motivations
2e principe (dom. mat.)
Inéquation locale
2e principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
Comportement thermique
Capacité thermique
En bref...

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive,

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\chi_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique,

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie :

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire,

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ (q : vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en $\mathrm{W.m^{-2}}$)
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : $\mathrm{J.K^{-1}}$)
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} s^m_E \, \mathrm{d}m$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Motivations
2e principe (dom. mat.)
Inéquation locale
2e principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
Comportement thermique
Capacité thermique
En bref...

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, s_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T,\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T,\{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\,T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en $\mathrm{W.m^{-2}}$)
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : $\mathrm{J.K^{-1}}$)
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} s^m_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}^m_t} \rho_E\, s^m_E \,\mathrm{d}v_t \quad \left(= \int_{\mathscr{D}^m_0} \rho_L\, s^m_L\, K^v_L \,\mathrm{d}v_0 \right)$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{\boldsymbol{I}_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en $\mathrm{W.m^{-2}}$)
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : $\mathrm{J.K^{-1}}$)
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}^m_t} s^m_E \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}^m_t} \rho_E \, s^m_E \,\mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T, \boldsymbol{\chi}_\bullet)$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T,\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T,\{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\,T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m\,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, s_E^m\,\mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T,\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_s(T,I_2,\cdots,I_m)$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en $\mathrm{W.m^{-2}}$)
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : $\mathrm{J.K^{-1}}$)
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, s_E^m \,\mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T, \boldsymbol{\chi}_\bullet) = \overline{f}_s(T, I_2, \cdots, I_m) \qquad \dot{s}^m = \partial_T \overline{f}_s\, \dot{T} + \textstyle\sum_{j=2}^m \partial_j \overline{f}_s\, \dot{I}_j$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, s_E^m \,\mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T, \boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_s(T, I_2, \cdots, I_m) \qquad \dot{s}^m = \partial_T \bar{f}_s\, \dot{T} + \textstyle\sum_{j=2}^m \partial_j \bar{f}_s\, \dot{I}_j$$
5. « Taux » d'entropie : $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t)$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T, \{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T, \{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en $\mathrm{W.m^{-2}}$)
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : $\mathrm{J.K^{-1}}$)
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m, t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m \, \mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, s_E^m \, \mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T, \boldsymbol{\chi}_\bullet) = \overline{f}_s(T, I_2, \cdots, I_m) \qquad \dot{s}^m = \partial_T \overline{f}_s \, \dot{T} + \textstyle\sum_{j=2}^m \partial_j \overline{f}_s \, \dot{I}_j$$
5. « Taux » d'entropie : $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \underbrace{\int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t + \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \, \mathrm{d}s_t}_{\text{taux d'entropie d'origine extérieure}}$$

Second principe (pour un domaine matériel)

Énoncé du principe :

1. Il existe une température absolue T. (en Kelvin, K)
   C'est une variable d'état positive, non extensive et objective.
   La liste des variables d'état est donc $\{T,\{\boldsymbol{\chi}_\bullet\}\}$ ou $\{T,\{I_\bullet\}\}$.
2. Dans une conduction thermique, la chaleur va du chaud vers le froid :
   $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ ($\boldsymbol{q}$: vecteur courant de chaleur en W.m^{-2})
3. Entropie : chaleur (énergie thermique) rapportée à la température de la matière qui la détient. (unité : J.K^{-1})
4. L'entropie est une fonction d'état scalaire, extensive et objective :
   $$S(\mathscr{D}^m,t) = \int_{\mathscr{D}_t^m} s_E^m \,\mathrm{d}m = \int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, s_E^m \,\mathrm{d}v_t$$
   $$s^m = f_s(T,\boldsymbol{\chi}_\bullet) = \bar{f}_s(T,I_2,\cdots,I_m) \qquad \dot{s}^m = \partial_T \bar{f}_s\,\dot{T} + \textstyle\sum_{j=2}^m \partial_j \bar{f}_s\,\dot{I}_j$$
5. « Taux » d'entropie : $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m,t) \geqslant \underbrace{\int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t}_{\text{taux d'entropie d'origine extérieure}}$$

Le taux d'entropie d'origine intérieure n'est pas précisé par le principe.
(mais il est nécessairement positif ou nul)

Commentaires

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.

(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction,

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

Commentaires

Motivations
2e principe (dom. mat.)
Inéquation locale
2e principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
Comportement thermique
Capacité thermique
En bref...

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$,

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.

  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} +$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.

  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2}$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.

  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$

- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement,

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement, changement de phase,

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.

  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.

  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$

- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement, changement de phase, réaction chimique.

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement, changement de phase, réaction chimique.
- Pour les milieux continus monoconstituants,

Commentaires

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement, changement de phase, réaction chimique.
- Pour les milieux continus monoconstituants, le seul processus interne est le frottement (exothermique).

Commentaires

Motivations
2e principe (dom. mat.)
Inéquation locale
2e principe (dom. géo.)
Changements d'observateur
Comportement thermique
Capacité thermique
En bref...

Dissymétrie des échanges de chaleur par conduction :

La chaleur (énergie thermique) détenue par la matière à la température T ne peut être cédée par conduction qu'à de la matière à température $< T$.
(l'entropie sert à « qualifier » la chaleur détenue dans la matière)

Exemples de variations d'entropie d'origine interne :

- Un échange de chaleur interne par conduction, produit de l'entropie.
  Illustration : soit $\mathscr{D}^m = \mathscr{D}_1^m \cup \mathscr{D}_2^m$ avec $\mathscr{D}^m$ thermiquement isolé.
  si $T_1 > T_2$, $\quad \mathrm{d}S = \mathrm{d}S_1 + \mathrm{d}S_2 = -\frac{\mathrm{d}Q}{T_1} + \frac{\mathrm{d}Q}{T_2} = \mathrm{d}Q\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) > 0$
- Il existe d'autres phénomènes internes à $\mathscr{D}^m$ qui font varier l'entropie de $\mathscr{D}^m$. Ces phénomènes sont exothermiques ou endothermiques.
  Exemples : frottement, changement de phase, réaction chimique.
- Pour les milieux continus monoconstituants, le seul processus interne est le frottement (exothermique).

> Le second principe stipule que la production interne d'entropie est toujours non négative.

Inégalité locale, dissipation

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \, \mathrm{d}v_t$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \,\mathrm{d}s_t$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \, \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E}\, \mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\, \mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\, \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \, \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E \, T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ;}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0$$ (identité d'analyse ; $\mathrm{W.m^{-3}.K^{-1}}$)

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E}\, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\, \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S(\mathscr{D}^m,t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q}\cdot\frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0 \qquad (\text{car } T>0\,;$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E}\, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\, \mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad (\text{car } T > 0\,;\ \text{W.m}^{-3})$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E} \,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \,\dot{s}_E^m \,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho \,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho \,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T \,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(car } T > 0 \text{ ; W.m}^{-3}\text{)}$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m,t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q}\cdot\frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(car } T>0\text{ ; W.m}^{-3}\text{)}$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m,t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q}\cdot\frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0$$ (identité d'analyse ; $\mathrm{W.m^{-3}.K^{-1}}$)

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$ (car $T>0$; $\mathrm{W.m^{-3}}$)

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\,T)}{T}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \operatorname{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\operatorname{div}_E \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \operatorname{div}_E \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad (\text{car } T > 0\,;\ \text{W.m}^{-3})$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T)}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m,t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q^s_{ext\,E}}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E\cdot\boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q}\cdot\frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0 \qquad (\text{car } T>0\,;\ \text{W.m}^{-3})$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\,T)}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)}$$

Dissipation intrinsèque

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho \, T \, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(car } T > 0\text{ ; W.m}^{-3}\text{)}$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T)}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)}$$

Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{int} = \Phi - \Phi_{th}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{q_{extE}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\,\dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial\mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

$$\rho\,\dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\,T}{T^2} \geqslant 0$$ (identité d'analyse ; W.m^{-3}.K^{-1})

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$ (car $T>0$; W.m^{-3})

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\,T)}{T} \geqslant 0$$ (axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)

Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{int} = \Phi - \Phi_{th} = \rho\,T\,\dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E} \,\mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E \, \dot{s}_E^m \,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E} \,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E} \,\mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

$$\rho \, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E T}{T^2} \geqslant 0$$ (identité d'analyse ; $\mathrm{W.m^{-3}.K^{-1}}$)

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E T}{T} \geqslant 0$$ (car $T > 0$; $\mathrm{W.m^{-3}}$)

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T)}{T} \geqslant 0$$ (axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)

Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{int} = \Phi - \Phi_{th} = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$$

Remarque :

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\, \mathrm{d}s_t$$ (axiome 5)

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\, \mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\, \mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\, \mathrm{d}s_t$$ (condition thermique aux frontières)

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0$$ (théorème de la divergence et lemme fondamental)

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0$$ (identité d'analyse ; $\mathrm{W.m^{-3}.K^{-1}}$)

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$ (car $T > 0$; $\mathrm{W.m^{-3}}$)

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T)}{T} \geqslant 0$$ (axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)

Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{int} = \Phi - \Phi_{th} = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}$$

Remarque : $\Phi \geqslant 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th}$

Inégalité locale, dissipation

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^m, t) \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{q_{ext\,E}^s}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(axiome 5)}$$

$$\int_{\mathscr{D}_t^m} \rho_E\, \dot{s}_E^m\,\mathrm{d}v_t \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^m} \frac{r_E^v}{T_E}\,\mathrm{d}v_t - \int_{\partial \mathscr{D}_t^m} \frac{\boldsymbol{q}_E \cdot \boldsymbol{n}_t}{T_E}\,\mathrm{d}s_t \qquad \text{(condition thermique aux frontières)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \mathrm{div}_E \frac{\boldsymbol{q}}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(théorème de la divergence et lemme fondamental)}$$

$$\rho\, \dot{s}^m - \frac{r^v}{T} + \frac{\mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}}{T} - \boldsymbol{q} \cdot \frac{\mathbf{grad}_E\, T}{T^2} \geqslant 0 \qquad \text{(identité d'analyse ; W.m}^{-3}\text{.K}^{-1}\text{)}$$

Dissipation (inégalité locale de l'axiome 5)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad (\text{car } T > 0\,;\ \text{W.m}^{-3})$$

Dans toute évolution, la dissipation (champ matériel) est non négative.

Dissipation thermique

$$\Phi_{th} = \frac{\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T)}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(axiome 2 : la chaleur va du chaud vers le froid)}$$

Dissipation intrinsèque

$$\Phi_{int} = \Phi - \Phi_{th} = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}$$

Remarque : $\Phi \geqslant 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th}$ $\qquad \Phi_{int}$ peut être négative !

Commentaires

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$

Commentaires

$$\begin{aligned}\Phi &= \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}\\ &= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}\end{aligned}$$

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$

$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),

Commentaires

$$\begin{aligned}\Phi &= \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}\\ &= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}\end{aligned}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$

$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local :

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Commentaires

$$\begin{aligned}\Phi &= \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}\\ &= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}\end{aligned}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état :

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$

$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \rightarrow \{\psi^m, s^m\}$

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \rightarrow \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$$\psi^m = e^m - T\, s^m$$

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, {K_v}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \to \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$\psi^m = e^m - T\, s^m$ (fonction d'état,

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$

$$= \rho\,(T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \to \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$\psi^m = e^m - T\, s^m$ (fonction d'état, tradition en solides déformables)

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\, (T\, \dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \to \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$\psi^m = e^m - T\, s^m$ (fonction d'état, tradition en solides déformables)

Dans les équations, la fonction d'état e^m est remplacée par $\psi^m + T\, s^m$.

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \rightarrow \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$\psi^m = e^m - T\, s^m$ (fonction d'état, tradition en solides déformables)

Dans les équations, la fonction d'état e^m est remplacée par $\psi^m + T\, s^m$.

Inégalité de Clausius-Duhem (autre expression de la dissipation)

Commentaires

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(rappel)}$$
$$= \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \quad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

La dissipation actuelle en une particule $\Phi(P,t)$ varie avec :

- l'état actuel de la particule (rappel : $\rho = \rho_0\, K_v{}^{-1}$),
- la vitesse d'évolution thermodynamique actuelle de la particule ($\dot{I}_\bullet$),
- la cinématique actuelle du mouvement ($\boldsymbol{D}$ et certains $\dot{I}_\bullet$),
- l'environnement thermique actuel de la particule ($\mathbf{grad}_E\, T$).

Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ (axiome 5) et $\Phi_{th} \geqslant 0$ (axiome 2)

Changement de fonctions d'état : $\{e^m, s^m\} \to \{\psi^m, s^m\}$

Énergie libre de Helmholtz

$\psi^m = e^m - T\, s^m$ (fonction d'état, tradition en solides déformables)

Dans les équations, la fonction d'état e^m est remplacée par $\psi^m + T\, s^m$.

Inégalité de Clausius-Duhem (autre expression de la dissipation)

$$\Phi = \underbrace{-\rho\,(\dot{\psi}^m + s^m\, \dot{T}) - \mathscr{P}^{vmec}_{int}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\frac{\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E\, T)}{T}}_{\Phi_{th}} \geqslant 0$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$

$$\vdots$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$

$\vdots$ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$ (rappel)

$\vdots$ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} s_E^m\,\mathrm{d}m \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^g}\left(\frac{r_E^v}{T_E} - \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}_E}{T_E}\right)\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E\, s_E^m\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$ (rappel)

⋮ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} s_E^m\,\mathrm{d}m}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S(\mathscr{D}^g,t)} \geqslant \int_{\mathscr{D}_t^g}\left(\frac{r_E^v}{T_E} - \mathrm{div}_E\,\frac{\boldsymbol{q}_E}{T_E}\right)\mathrm{d}v_t + \int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E\, s_E^m\,(\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot\boldsymbol{n}_t\,\mathrm{d}s_t$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$ (rappel)

⋮ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} s_E^m \,\mathrm{d}m}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^g, t)} \geqslant \underbrace{\int_{\mathscr{D}_t^g} \left(\frac{r_E^v}{T_E} - \mathrm{div}_E\, \frac{\boldsymbol{q}_E}{T_E} \right) \mathrm{d}v_t}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S_{ext} \text{ (taux d'entropie extérieur)}} + \int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E\, s_E^m\, (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t \,\mathrm{d}s_t$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$ (rappel)

⋮ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \int_{\mathscr{D}_t^g} s_E^m\, \mathrm{d}m}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S(\mathscr{D}^g, t)} \geqslant \underbrace{\int_{\mathscr{D}_t^g} \left(\frac{r_E^v}{T_E} - \mathrm{div}_E\, \frac{\boldsymbol{q}_E}{T_E} \right) \mathrm{d}v_t}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} S_{ext} \text{ (taux d'entropie extérieur)}} + \underbrace{\int_{\partial \mathscr{D}_t^g} \rho_E\, s_E^m\, (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E) \cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t}_{\Phi_s \text{ (flux convectif entrant)}}$$

Second principe (pour un domaine géométrique)

$$\Phi = \rho\, T\, \dot{s}^m - r^v + \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot \mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0 \qquad \text{(rappel)}$$

$\vdots$ (division par T, intégration sur $\mathscr{D}_t^g$ et formule de dérivée d'intégrale)

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_{\mathscr{D}_t^g} s_E^m\, \mathrm{d}m}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S(\mathscr{D}^g,t)} \geqslant \underbrace{\int_{\mathscr{D}_t^g}\left(\frac{r_E^v}{T_E} - \mathrm{div}_E\, \frac{\boldsymbol{q}_E}{T_E}\right)\mathrm{d}v_t}_{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}S_{ext}\ \text{(taux d'entropie extérieur)}} + \underbrace{\int_{\partial\mathscr{D}_t^g} \rho_E\, s_E^m\, (\boldsymbol{v}^f - \boldsymbol{v}_E)\cdot \boldsymbol{n}_t\, \mathrm{d}s_t}_{\Phi_s\ \text{(flux convectif entrant)}}$$

Pour un domaine géométrique, le bilan d'entropie prend en compte le flux convectif d'entropie traversant la frontière.

Changements d'observateur

Changements d'observateur

Théorème

Le gradient eulérien du champ de température $\mathbf{grad}_E\, T$ est un champ vectoriel objectif.

Changements d'observateur

Théorème

Le gradient eulérien du champ de température $\mathbf{grad}_E T$ est un champ vectoriel objectif.

Théorème

La dissipation totale, la dissipation intrinsèque et la dissipation thermique sont des champs scalaires objectifs.

Changements d'observateur

Théorème

Le gradient eulérien du champ de température $\mathbf{grad}_E T$ est un champ vectoriel objectif.

Théorème

La dissipation totale, la dissipation intrinsèque et la dissipation thermique sont des champs scalaires objectifs.

(démonstrations dans le pdf)

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier :

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E\, T,\quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E\, T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E\, T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) =$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) =$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \, \| \mathbf{grad}_E T \|^2$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse :

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha \, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha \, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \; \forall \, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec $\quad \alpha_1(\cdots) \geqslant 0$:

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\,\mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\,\mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\,\mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec $\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall\, \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie

avec $\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$:

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie

avec $\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q} \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \; \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t \cdot \mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec
$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie
$\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse
$(\cdots)$:

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha \,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \;\forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec
$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie
$\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse
$(\cdots)$: vide

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0,\ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec
$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie
$\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse
$(\cdots)$: vide ou $(\mathbf{grad}_E T,$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T,\quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q} \text{ tel que } \quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T$ avec $\alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0,\ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec
- $\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie
- $\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse
- $(\cdots)$: vide ou $(\mathbf{grad}_E T, T, \boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Loi de comportement thermique (nécessité d'existence)

Rappel : $\forall \mathbf{grad}_E T, \quad \boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) \geqslant 0$ dans toute évolution

$\Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f_q}$ tel que $\quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\mathbf{grad}_E T, \cdots)$

L'axiome 2 implique la nécessité d'existence de la fonction $\boldsymbol{f_q}$ (sans la préciser).

Définition

La fonction $\boldsymbol{f_q}$ est appelée loi de comportement thermique ou loi de conduction thermique.

Exemples :

- loi de Fourier : on choisit $\quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \quad$ avec $\quad \alpha \geqslant 0$

vérif. : $\boldsymbol{q}\cdot(-\mathbf{grad}_E T) = -\alpha\, \mathbf{grad}_E T \cdot (-\mathbf{grad}_E T) = \alpha\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \ \forall\, \mathbf{grad}_E T$

- une loi isotrope transverse : ($\boldsymbol{n}_t$: direction d'anisotropie)

$$\boldsymbol{q} = -\alpha_1(\cdots)\,(\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t - \alpha_2(\cdots)\,\big(\mathbf{grad}_E T - (\boldsymbol{n}_t\cdot\mathbf{grad}_E T)\,\boldsymbol{n}_t\big)$$

avec
$\alpha_1(\cdots) \geqslant 0$: conductivité dans la direction d'anisotropie
$\alpha_2(\cdots) \geqslant 0$: conductivité transverse
$(\cdots)$: vide ou $(\mathbf{grad}_E T, T, \boldsymbol{\chi}_\bullet)$

Exercice : vérifier que cette loi est universelle si α_1 et α_2 sont isotropes.

Capacité thermique (capacité calorifique)

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée :

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et **instantanée** : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3})

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} =$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{v\,cal}_{ext} = r^v$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{v\,cal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} = \rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{v\,mec}_{int}$$ (cf. équation de la chaleur)

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} = \rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} =$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int}$$ (cf. équation de la chaleur)

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\, (T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\, (T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\, (T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\, T\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} = \rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\,T\,\dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C =$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} = \rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\,T\,\dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}}{\rho\,\dot{T}}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{v\,cal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{v\,cal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{v\,cal}_{ext} + \mathscr{P}^{v\,cal}_{int} = \rho\, T\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{v\,cal}_{ext} + \mathscr{P}^{v\,cal}_{int}}{\rho\, \dot{T}} = \frac{T}{\dot{T}}\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\, T\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}}{\rho\, \dot{T}} = \frac{T}{\dot{T}}\, \dot{s}^m = T\, \partial_T f_s + T \sum_{j=2}^{m} \partial_j f_s\, \frac{\dot{I}_j}{\dot{T}}$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques ($\mathrm{W.m^{-3}}$) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q} = \rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\,T\,\dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}}{\rho\,\dot{T}} = \frac{T}{\dot{T}}\,\dot{s}^m = T\,\partial_T f_s + T\,\sum_{j=2}^{m} \partial_j f_s\,\frac{\dot{I}_j}{\dot{T}} \qquad (\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}})$$

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int}$$ (cf. équation de la chaleur)

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\, (T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int}$$ (déf. de la dissipation intrinsèque)

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\, T\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}}{\rho\, \dot{T}} = \frac{T}{\dot{T}}\, \dot{s}^m = T\, \partial_T f_s + T \sum_{j=2}^{m} \partial_j f_s\, \frac{\dot{I}_j}{\dot{T}}$$ (J.kg^{-1}.K^{-1})

La capacité thermique locale actuelle C dépend de la direction de la vitesse d'évolution thermodynamique dans l'espace des états.

Capacité thermique (capacité calorifique)

Définition empirique traditionnelle

Chaleur nécessaire pour élever la température de 1 kg de matière de 1 K.

Définition locale et instantanée : (pour toute évolution non isotherme)

Puissances calorifiques volumiques (W.m^{-3}) reçues par une particule :

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q} = \rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(cf. équation de la chaleur)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{int} = \Phi_{int} = \rho\,(T\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} \qquad \text{(déf. de la dissipation intrinsèque)}$$

$$\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int} = \rho\, T\, \dot{s}^m$$

Capacité thermique locale actuelle en une particule

$$C = \frac{\mathscr{P}^{vcal}_{ext} + \mathscr{P}^{vcal}_{int}}{\rho\, \dot{T}} = \frac{T}{\dot{T}}\, \dot{s}^m = T\, \partial_T f_s + T \sum_{j=2}^{m} \partial_j f_s\, \frac{\dot{I}_j}{\dot{T}} \qquad (\mathrm{J.kg^{-1}.K^{-1}})$$

La capacité thermique locale actuelle C dépend de la direction de la vitesse d'évolution thermodynamique dans l'espace des états.

En particulier, elle n'est pas définie pour les évolutions isothermes ($\dot{T} = 0$)

En bref...

- Second principe local :

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
(pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique).

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$ pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$ pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$ pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants, (pas de changement de phase, pas de réaction chimique) le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution)

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution) quand les variables d'état $\boldsymbol{\chi}_\bullet$ du modèle seront choisies.

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution) quand les variables d'état $\boldsymbol{\chi}_{\bullet}$ du modèle seront choisies.
- Les lois de comportement (thermique, mécanique, évolution) doivent être choisies

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$ pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants, (pas de changement de phase, pas de réaction chimique) le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution) quand les variables d'état $\chi_\bullet$ du modèle seront choisies.
- Les lois de comportement (thermique, mécanique, évolution) doivent être choisies telles que les deux inégalités
  $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
(pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution) quand les variables d'état $\chi_\bullet$ du modèle seront choisies.
- Les lois de comportement (thermique, mécanique, évolution) doivent être choisies telles que les deux inégalités
$\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$
soient vraies pour toute vitesse d'évolution possible de tout état.

En bref...

- Second principe local : $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$ $(\Rightarrow \Phi_{int} \geqslant -\Phi_{th})$
  pour toute vitesse d'évolution possible à partir de tout état.
- Pour les milieux continus monoconstituants,
  (pas de changement de phase, pas de réaction chimique)
  le seul processus interne de production d'entropie est le frottement (exothermique). On a donc $\Phi_{int} \geqslant 0$.
- L'inégalité $\Phi_{th} \geqslant 0$ implique l'existence d'une loi de comportement thermique.
- L'inégalité $\Phi \geqslant 0$ impliquera l'existence d'une loi de comportement mécanique (et éventuellement de lois d'évolution) quand les variables d'état $\boldsymbol{\chi_\bullet}$ du modèle seront choisies.
- Les lois de comportement (thermique, mécanique, évolution) doivent être choisies telles que les deux inégalités
  $\Phi \geqslant 0$ et $\Phi_{th} \geqslant 0$
  soient vraies pour toute vitesse d'évolution possible de tout état.
  Ainsi, ces lois seront thermodynamiquement admissibles.

Sixième partie

Construction des fluides simples

Fluide simple

Fluide simple

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Définition :

Fluide simple

Définition : deux variables d'état

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho)$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T, \rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho)$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s \, \dot{T} + \partial_\rho f_s \, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s \, \dot{T} + \partial_\rho f_s \, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation :

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s \, \dot{T} + \partial_\rho f_s \, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad$ $(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$;

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s \, \dot{T} + \partial_\rho f_s \, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\boldsymbol{D}$;

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad$ ($\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}$)

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad$ ($\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$; $\boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}$)

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e \, \dot{T} + \partial_\rho f_e \, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s \, \dot{T} + \partial_\rho f_s \, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D} \;;\; \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} \;;\; \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,,\; -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,,\; \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\,,\; -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \Big\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\Big\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots \qquad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ )$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Fluide simple

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \Big\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\Big\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0$,

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \left\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\right\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y}$

Fluide simple

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \Big\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\Big\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x}\bullet\boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall\boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists\boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x}\bullet\boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall\boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists\boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots)$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots \qquad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ )$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1($

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ )$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\, T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y}, \cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma}\ \right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\;\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \cdots)$

$x_1 = f_1(\boldsymbol{y}, \cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$x_2 = f_2(\boldsymbol{y}, \cdots) \quad \Leftrightarrow$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$
$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\quad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ )$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$
$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}) =$$

Fluide simple

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\, T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \left\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\right\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\, T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y}, \cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y}, \cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots$ $\left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma}\right)$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0,\quad \forall \boldsymbol{y} \quad \Rightarrow \quad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}) = f_2(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{v\,mec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$\cdots \qquad (\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ )$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$

$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}) = f_2(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$

$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} =$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \Big\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\Big\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0,\quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad\Leftrightarrow\quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad\Leftrightarrow\quad -\rho^2\,\Big(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\Big) = f_2(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad\Leftrightarrow\quad \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

Fluide simple

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}) = f_2(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\ ,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_4 = \boldsymbol{f}_4(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T,\rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\,\dot{T} + \partial_\rho f_e\,\dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\,\dot{T} + \partial_\rho f_s\,\dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ \right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2})\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y},\cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}) = f_2(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_4 = \boldsymbol{f}_4(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\boldsymbol{q}}{T} =$$

Fluide simple

Définition : deux variables d'état $\{T, \rho\}$ (espace des états : $\mathbb{R}^2$)

Fonctions d'état :

$$e^m = f_e(T,\rho) \qquad \dot{e}^m = \partial_T f_e\, \dot{T} + \partial_\rho f_e\, \dot{\rho}$$

$$s^m = f_s(T,\rho) \qquad \dot{s}^m = \partial_T f_s\, \dot{T} + \partial_\rho f_s\, \dot{\rho}$$

(les fonctions d'état f_e et f_s sont caractérisques de chaque fluide simple)

Dissipation : (rappel : $\Phi = \rho\,(T\,\dot{s}^m - \dot{e}^m) - \mathscr{P}^{vmec}_{int} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$)

$$\Phi = \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} + \rho\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)\,\dot{\rho} + \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

$$\cdots \qquad \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{D} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{D}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ;\ \boldsymbol{\sigma} = \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3}\,\boldsymbol{G} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\right)$$

$$\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\,\dot{T} - \rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\mathbf{grad}_E\,T}{T} \geqslant 0$$

On pose : $\boldsymbol{x} = \left\{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)\ ,\ -\rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right)\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}\ ,\ -\frac{\boldsymbol{q}}{T}\right\}$

$\boldsymbol{y} = \{\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T\}$

Alors : $\Phi = \boldsymbol{x} \bullet \boldsymbol{y} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{y} \qquad \Rightarrow \qquad \exists \boldsymbol{f}$ tel que $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{y}, \cdots)$

$$x_1 = f_1(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

$$x_2 = f_2(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\rho^2\,\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \boldsymbol{f}_3(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

$$\boldsymbol{x}_4 = \boldsymbol{f}_4(\boldsymbol{y},\cdots) \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}\ ,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\ ,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Relation de Helmholtz

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e) = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $$\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\;,\;\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\;,\;\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\;,\;\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$$

Relation de Helmholtz

Équation 1 :
$$\underbrace{\rho\left(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e\right)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots) = f_1(T,\rho)$$

Relation de Helmholtz

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$
$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0,$$

Relation de Helmholtz

Équation 1 :

$$\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E T,\cdots)$$
$$= f_1(T,\rho)$$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\,\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{grad}_E T$$

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\ \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$
$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall\dot{T}\ \forall\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ \forall\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ \forall\mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall\dot{T}$

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots) = f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\ \forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ \forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ \forall \mathbf{grad}_E\,T$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$

$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\;\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\;\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\;\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\ \forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\ \forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\ \forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Dans un fluide simple, $T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$

$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\,\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Dans un fluide simple, $\quad T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$

Les deux fonctions d'état e^m et s^m sont liées par une relation.

Relation de Helmholtz

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$
$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\,\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Dans un fluide simple, $\quad T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$

Les deux fonctions d'état e^m et s^m sont liées par une relation.

Pour modéliser un fluide simple, il suffit de préciser une seule fonction d'état.

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$
$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\;\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\;\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\;\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\;\forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Dans un fluide simple, $\quad T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$

Les deux fonctions d'état e^m et s^m sont liées par une relation.

Pour modéliser un fluide simple, il suffit de préciser une seule fonction d'état.

Nouvelle expression de la dissipation : (pour les fluides simples)

Relation de Helmholtz

Équation 1 : $\underbrace{\rho\,(T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e)}_{\text{fonction d'état}} = f_1(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T,\cdots)$
$= f_1(T,\rho)$

Dissipation : (rappel)

$$f_1(T,\rho)\,\dot{T} + f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \dot{T}\,\forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

f_1 n'est pas fonction de $\dot{T}$ et $\Phi \geqslant 0\ \forall \dot{T} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 0$

Relation de Helmholtz

Dans un fluide simple, $\quad T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$

Les deux fonctions d'état e^m et s^m sont liées par une relation.

Pour modéliser un fluide simple, il suffit de préciser une seule fonction d'état.

Nouvelle expression de la dissipation : (pour les fluides simples)

$$f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\,T \geqslant 0, \quad \forall \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,\forall \mathbf{grad}_E\,T$$

Comportement mécanique

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2 \left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\, T, \cdots)$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2 \left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$$p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3}$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2 \left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m **n'est pas** une fonction d'état)

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}) = f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\qquad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\qquad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}) = f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\,\operatorname{tr}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma}$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}\,, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}\,, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = -p_m\boldsymbol{G} +$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = -p_m\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\,\mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\,,\,\mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = -p_m\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Loi de comportement mécanique d'un fluide simple

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\left(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3\rho^2}\right) = f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\qquad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\qquad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\, \mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}\,,\, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\,,\, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = -p_m\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Loi de comportement mécanique d'un fluide simple

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Comportement mécanique

Équation 2 : $-\rho^2\,(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e - \frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3\,\rho^2}) = f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = \rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) + f_2(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$$

Pression thermodynamique

$p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\quad$ p est une fonction d'état

Pression mécanique

$p_m = -\frac{\operatorname{tr}\boldsymbol{\sigma}}{3} = p - f_2$ $\quad$ (p_m n'est pas une fonction d'état)

(ces deux pressions sont confondues si $f_2 = 0$, fluides de Stokes)

Équation 3 : $\mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_3(\dot{T}\,,\ \operatorname{tr}\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\,,\ \mathbf{grad}_E\,T, \cdots)$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{sph}\,\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dev}\,\boldsymbol{\sigma} = -p_m\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Loi de comportement mécanique d'un fluide simple

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Il reste à choisir f_2 et $\boldsymbol{f}_3$ tels que $\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution.

Comportement thermique

Comportement thermique

Équation 4 : $-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Comportement thermique

Équation 4 : $-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Loi de comportement thermique (ou de conduction thermique)

Comportement thermique

Équation 4 : $\quad -\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Loi de comportement thermique (ou de conduction thermique)

$$\boldsymbol{q} = -T\,\boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \operatorname{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$$

Comportement thermique

Équation 4 : $-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Loi de comportement thermique (ou de conduction thermique)

$$\boldsymbol{q} = -T\,\boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$$

Il reste à choisir $\boldsymbol{f}_4$ tel que $\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution.

Comportement thermique

Équation 4 : $-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$

Loi de comportement thermique (ou de conduction thermique)

$$\boldsymbol{q} = -T\,\boldsymbol{f}_4(\dot{T}, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}, \mathbf{grad}_E T, \cdots)$$

Il reste à choisir $\boldsymbol{f}_4$ tel que $\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution.

On retrouve la nécessité d'existence d'une loi de comportement thermique imposée par le second principe.

Fluides newtoniens

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}}$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

On fait les choix suivants :

Fluides newtoniens

Dissipation : $\boldsymbol{\Phi} = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \,\forall\, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho) \, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\,\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\,\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$ avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$ avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité isovolume (ou « dynamique »)

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$ avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité isovolume (ou « dynamique »)

$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E T$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho) \, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T} \, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2\, \mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\, (\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 +$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\quad \Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 +$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\operatorname{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho) \, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T} \, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k \, (\operatorname{tr} \boldsymbol{D})^2 + 2\mu \, \|\mathbf{dev} \boldsymbol{D}\|^2 + \alpha \, T^{-1} \, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ avec $k(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité de volume

$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$ avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$ viscosité isovolume (ou « dynamique »)

$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E\, T$ avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$ conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\, (\operatorname{tr} \boldsymbol{D})^2 + 2\mu\, \|\mathbf{dev} \boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\, \|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T} \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\operatorname{tr} \boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\, \| \mathbf{dev} \boldsymbol{D} \|^2 + \alpha\, T^{-1} \, \| \mathbf{grad}_E T \|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2) \boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k \operatorname{tr} \boldsymbol{D}) \boldsymbol{G} + 2\,\mu\, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\,T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) \quad \left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi\right)$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho)\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\mathrm{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\,T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\,\forall\,\mathbf{grad}_E T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) \quad \left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi\right)$ (p est une fonction d'état)

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T} \, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\operatorname{tr} \boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev} \boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k \operatorname{tr} \boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) \quad \left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi\right)$ (p est une fonction d'état)

Comportement thermique

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev} \boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2 \mu(T,\rho) \, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T} \, \mathbf{grad}_E T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k \, (\mathrm{tr} \boldsymbol{D})^2 + 2 \mu \, \| \mathbf{dev} \boldsymbol{D} \|^2 + \alpha \, T^{-1} \, \| \mathbf{grad}_E T \|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D} \, \forall \, \mathbf{grad}_E T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2) \boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}) \boldsymbol{G} + 2 \mu \, \mathbf{dev} \boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2 (T \, \partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi \right)$ (p est une fonction d'état)

Comportement thermique

$$-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $$\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\, \mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\operatorname{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k \operatorname{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\, \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$ $\left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi\right)$ (p est une fonction d'état)

Comportement thermique

$$-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{q} = -\alpha\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Fluides newtoniens

Dissipation : $\Phi = \underbrace{f_2 \operatorname{tr}\boldsymbol{D} + \boldsymbol{f}_3 : \mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}}_{\Phi_{int}} + \underbrace{\boldsymbol{f}_4 \cdot \mathbf{grad}_E\, T}_{\Phi_{th}} \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$

On fait les choix suivants :

$f_2 = k(T,\rho) \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$	avec $k(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité de volume
$\boldsymbol{f}_3 = 2\,\mu(T,\rho)\,\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$	avec $\mu(T,\rho) \geqslant 0$	viscosité isovolume (ou « dynamique »)
$\boldsymbol{f}_4 = \frac{\alpha(T,\rho)}{T}\,\mathbf{grad}_E\, T$	avec $\alpha(T,\rho) \geqslant 0$	conductivité thermique

Avec ces choix, la dissipation est bien non négative :

$$\Phi = k\,(\operatorname{tr}\boldsymbol{D})^2 + 2\,\mu\,\|\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}\|^2 + \alpha\, T^{-1}\,\|\mathbf{grad}_E\, T\|^2 \geqslant 0, \quad \forall \boldsymbol{D}\, \forall\, \mathbf{grad}_E\, T$$

Comportement mécanique des fluides newtoniens

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + f_2)\boldsymbol{G} + \boldsymbol{f}_3 = (-p + k \operatorname{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\,\boldsymbol{D}$$

où : $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) \quad \left(= \rho^2 \partial_\rho f_\psi\right)$ (p est une fonction d'état)

Comportement thermique

$$-\frac{\boldsymbol{q}}{T} = \boldsymbol{f}_4 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{q} = -\alpha\,\mathbf{grad}_E\, T$$ (loi de Fourier)

Fluides simples : synthèse

Fluides simples : synthèse

Fluide simple :

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;
   définition de la fonction d'état *pression thermodynamique*
   $p = -\rho^2 (T\, \partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;
   définition de la fonction d'état *pression thermodynamique*
   $p = -\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ; définition de la fonction d'état *pression thermodynamique* $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien :

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;
   définition de la fonction d'état *pression thermodynamique*
   $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ; définition de la fonction d'état *pression thermodynamique* $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles ($\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution).

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ; définition de la fonction d'état *pression thermodynamique* $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles ($\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution).

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$$

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;
   définition de la fonction d'état *pression thermodynamique*
   $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles ($\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution).

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{q} = -\alpha\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$$

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ;
   définition de la fonction d'état *pression thermodynamique*
   $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles ($\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution).

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{q} = -\alpha\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$$

Pour terminer le modèle de fluide simple, il reste à définir une fonction d'état parmi f_e, f_s ou p.

Fluides simples : synthèse

Fluide simple : deux variables d'état T et ρ.

Second principe : la dissipation non négative implique :

1. la relation de Helmholtz : relation entre f_e et f_s ;
2. l'existence d'une loi de comportement mécanique ; définition de la fonction d'état *pression thermodynamique* $p = -\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e)$;
3. l'existence d'une loi de comportement thermique.

Fluide Newtonien : choix de fonction dissipatives simples thermodynamiquement admissibles ($\Phi \geqslant 0$ dans toute évolution).

$$\boldsymbol{\sigma} = (-p + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{q} = -\alpha\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$$

Pour terminer le modèle de fluide simple, il reste à définir une fonction d'état parmi f_e, f_s ou p.

(les autres s'en déduisent par leur définition et la relation de Helmholtz)

Exemple 1 : gaz parfaits

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) =$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\,\rho\,T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\,\rho\,T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \quad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \quad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la constante r et la fonction indéterminée $C_v(T)$ sont à déterminer expérimentalement)

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la constante r et la fonction indéterminée $C_v(T)$ sont à déterminer expérimentalement)

Remarques :

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\,\rho\,T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\,\rho\,T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la constante r et la fonction indéterminée $C_v(T)$ sont à déterminer expérimentalement)

Remarques :

- Comportement mécanique : $\boldsymbol{\sigma} = (-\rho\,r\,T + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\rho T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\rho T \quad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \quad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la constante r et la fonction indéterminée $C_v(T)$ sont à déterminer expérimentalement)

Remarques :

- Comportement mécanique : $\boldsymbol{\sigma} = (-\rho\, r\, T + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$
- On retrouve la relation de Mayer : $C_p(T) - C_v(T) = r$ (voir pdf)

Exemple 1 : gaz parfaits

Définition

La pression thermodynamique est : $p = r\,\rho\,T$ (loi de Mariotte)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = r\,\rho\,T \qquad \text{(définition des gaz parfaits)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_e = \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_s = -r\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la constante r et la fonction indéterminée $C_v(T)$ sont à déterminer expérimentalement)

Remarques :

- Comportement mécanique : $\boldsymbol{\sigma} = (-\rho\,r\,T + k\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D})\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$
- On retrouve la relation de Mayer : $C_p(T) - C_v(T) = r$ (voir pdf)
- On peut remplacer la loi de Mariotte par celle de Van der Waals.

Exemple 2 : liquides idéaux

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) =$$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p$$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p$$ (définition d'un liquide idéal)

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0$$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T, \rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2 (T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_s = \int_{T_0}^{T} \frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_e = -\frac{p}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la fonction indéterminée $C_v(T)$ est à déterminer expérimentalement)

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_s = \int_{T_0}^{T} \frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_e = -\frac{p}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la fonction indéterminée $C_v(T)$ est à déterminer expérimentalement)

Comportement mécanique :

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_s = \int_{T_0}^{T} \frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_e = -\frac{p}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la fonction indéterminée $C_v(T)$ est à déterminer expérimentalement)

Comportement mécanique :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\,\boldsymbol{G} + 2\,\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D}$$

Exemple 2 : liquides idéaux

Définition

La fonction d'état pression thermodynamique ne dépend pas des variables d'état : $p(T,\rho) = p$

(un liquide idéal est incompressible et indilatable)

Système à résoudre :

$$-\rho^2(T\,\partial_\rho f_s - \partial_\rho f_e) = p \qquad \text{(définition d'un liquide idéal)}$$

$$T\,\partial_T f_s - \partial_T f_e = 0 \qquad \text{(relation de Helmholtz)}$$

Solution : (voir pdf)

$$f_s = \int_{T_0}^{T} \frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T + C_1 \qquad f_e = -\frac{p}{\rho_0} + \int_{T_0}^{T} C_v(T)\,\mathrm{d}T + C_2$$

(la fonction indéterminée $C_v(T)$ est à déterminer expérimentalement)

Comportement mécanique :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\,\boldsymbol{G} + 2\mu\,\mathbf{dev}\boldsymbol{D} \qquad (\mathrm{tr}\boldsymbol{D} = 0)$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho}$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho} (= \tau_v)$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\dot{p} + \alpha_p(T,\rho)\dot{T},$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot{p} + \alpha_p(T,\rho)\,\dot{T}, \quad \forall \dot{T}\; \forall \dot{\rho}$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\dot{p} + \alpha_p(T,\rho)\dot{T}, \quad \forall \dot{T}\,\forall\dot{\rho}$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
mais sa dérivée particulaire $\dot{p}$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre :

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot{\rho}}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot{p} + \alpha_p(T,\rho)\,\dot{T}, \quad \forall \dot{T}\,\forall\dot{\rho}$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot{p}$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T, \rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \ \dot p = \cdots$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Définition
Relation de Helmholtz
Comportement mécanique
Comportement thermique
Fluides newtoniens
Exemples de fluides

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> **Danger :** cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\, \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
> mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall\dot T\ \forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices :

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\, \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
> mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé :

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
> mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
> mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\, \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - T\,s$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\,\forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T-T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T-T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall\dot T\,\forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\, \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \qquad \text{(voir pdf)}$$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \qquad \text{(voir pdf)}$$

Remarque :

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\, \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p,
mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - T s$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\,\forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \qquad \text{(voir pdf)}$$

Remarque : $\lim_{p\to 0}\rho =$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\ \forall \dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

> Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - T s$, détails dans le pdf)

$$\forall \dot T\ \forall \dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \qquad \text{(voir pdf)}$$

Remarque : $\lim_{p\to 0} \rho = \rho_0\,\mathrm{e}^{-\alpha_0\,(T-T_0) - \chi_0\,p_0}$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\,\forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall\dot T\,\forall\dot\rho,\ \dot p = \cdots \quad \Rightarrow \quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \quad \text{(voir pdf)}$$

Remarque : $\lim_{p\to 0}\rho = \rho_0\,\mathrm{e}^{-\alpha_0\,(T-T_0) - \chi_0\,p_0} > 0$

Exemple 3 : fluide simple compressible dilatable

Existe-t-il un fluide simple (variables d'état : $\{T,\rho\}$) tel que

$$-\frac{\dot\rho}{\rho}(=\tau_v) = -\chi_T(T,\rho)\,\dot p + \alpha_p(T,\rho)\,\dot T, \quad \forall \dot T\;\forall\dot\rho$$

(les thermodynamiciens écrivent cette condition avec des « différentielles » : $\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\chi_T\,\mathrm{d}p + \alpha_p\,\mathrm{d}T$)

Danger : cette condition ne définit pas la fonction d'état p, mais sa dérivée particulaire $\dot p$. (possibilité d'inexistence de solution, voir pdf)

Système à résoudre : (pour alléger, on introduit $\psi = e - Ts$, détails dans le pdf)

$$\forall\dot T\;\forall\dot\rho,\;\; \dot p = \cdots \quad\Rightarrow\quad 2\,\partial_\rho f_\psi + \rho\,\partial_{\rho\rho} f_\psi = \frac{1}{\rho^2\,\chi_T} \quad \text{et} \quad \partial_{T\rho} f_\psi = \frac{\alpha_p}{\rho^2\,\chi_T}$$

(des solutions n'existent que si $\chi_T(T,\rho)$ et $\alpha_p(T,\rho)$ sont liés par une certaine relation différentielle)

Idéalisations simplificatrices : $\chi_T(T,\rho) = \chi_0$ et $\alpha_p(T,\rho) = \alpha_0$

Solution du cas idéalisé : (il se trouve qu'il y a une solution !)

$$f_\psi = -\frac{1}{\rho\,\chi_0}\left(1 + \ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) - \frac{p_0}{\rho} - \int_{T_0}^{T}\left(\int_{T_0}^{T}\frac{C_v(T)}{T}\,\mathrm{d}T\right)\mathrm{d}T + C_1\,T + C_2$$

$$p = \frac{1}{\chi_0}\left(\ln\frac{\rho}{\rho_0} + \alpha_0\,(T - T_0)\right) + p_0 \qquad f_e = \cdots \qquad f_s = \cdots \qquad \text{(voir pdf)}$$

Remarque : $\lim_{p\to 0}\rho = \rho_0\,\mathrm{e}^{-\alpha_0\,(T-T_0) - \chi_0\,p_0} > 0$ liquide compressible dilatable

Septième partie

Synthèse

Problème général de la MMC

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :
   $\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :

$\dot{\rho} = -\rho \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$$ (principe de la conservation de la masse)

$$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$$ (principe de la mécanique de Newton)

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :

$$\dot{\rho} = -\rho \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D} \qquad \text{(principe de la conservation de la masse)}$$

$$\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m) \qquad \text{(principe de la mécanique de Newton)}$$

$$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$$

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. Équations différentielles à résoudre :

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. Modèle de comportement du milieu continu :
   - Liste des variables d'état :

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \,\boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$

Problème général de la MMC

1. ## Équations différentielles à résoudre :

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. ## Modèle de comportement du milieu continu :

- Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
- Expression des fonctions d'état :

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. Modèle de comportement du milieu continu :
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \,, f_s \,, f_\psi \,, p \,, \cdots$

Problème général de la MMC

1. Équations différentielles à résoudre :

$\dot{\rho} = -\rho \,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. Modèle de comportement du milieu continu :
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

   $\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \operatorname{div}_E \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel,

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

   $\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \,, f_s \,, f_\psi \,, p \,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel}, \text{vitesse d'évolution actuelle})$

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**

- Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
- Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
- Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)
- Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho\,\mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

   $\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}$(état actuel,

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot\rho = -\rho\, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E\,\boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho\,\dot e^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E\,\boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e, f_s, f_\psi, p, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

   $\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \,, f_s \,, f_\psi \,, p \,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f_\sigma}(\text{état actuel}, \text{vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f_q}(\text{état actuel}, \text{vitesse d'évolution actuelle})$

3. **Sollicitations extérieures :**

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**
   $\dot{\rho} = -\rho \operatorname{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)
   $\mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)
   $\rho\,\dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \operatorname{div}_E \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)
2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)
     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)
     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance :

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

   $\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

   $\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

   $\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho\, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E\, \boldsymbol{\sigma} = \rho\,(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho\, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E\, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e\,, f_s\,, f_\psi\,, p\,, \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel}, \text{vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel}, \text{vitesse d'évolution actuelle})$

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v
   - Sollicitations aux frontières :

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \, , f_s \, , f_\psi \, , p \, , \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}(\text{état actuel, vitesse d'évolution actuelle})$

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v
   - Sollicitations aux frontières :
     conditions aux limites mécaniques

Problème général de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \, , f_s \, , f_\psi \, , p \, , \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v
   - Sollicitations aux frontières :

     conditions aux limites mécaniques et thermiques

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr} \boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \, , f_s \, , f_\psi \, , p \, , \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v
   - Sollicitations aux frontières :

     conditions aux limites mécaniques et thermiques

4. **État initial**

Problème général de la MMC

1. **Équations différentielles à résoudre :**

$\dot{\rho} = -\rho \, \mathrm{tr}\boldsymbol{D}$ (principe de la conservation de la masse)

$\mathbf{div}_E \, \boldsymbol{\sigma} = \rho \, (\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{f}_0^m)$ (principe de la mécanique de Newton)

$\rho \, \dot{e}^m + \mathscr{P}_{int}^{vmec} = r^v - \mathrm{div}_E \, \boldsymbol{q}$ (principe de la conservation de l'énergie)

2. **Modèle de comportement du milieu continu :**
   - Liste des variables d'état : $\{T, \boldsymbol{\chi}_1, \cdots, \boldsymbol{\chi}_n\}$ ou $\{T, I_1, \cdots, I_m\}$
   - Expression des fonctions d'état : $f_e \, , f_s \, , f_\psi \, , p \, , \cdots$
   - Comportement mécanique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{\sigma}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)
   - Comportement thermique (thermodynamiquement admissible)

     $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{q}}$(état actuel, vitesse d'évolution actuelle)

3. **Sollicitations extérieures :**
   - Sollicitations à distance : $\boldsymbol{f}_0^m$ et r^v
   - Sollicitations aux frontières :

     conditions aux limites mécaniques et thermiques

4. **État initial** (seulement pour les problèmes non stationnaires)

Résolution

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ;

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ;

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)

Résolution

Problème général
Résolution
Applications

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature,

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode,

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode, convergence théorique)

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode, convergence théorique)
- en cas de non unicité des solutions, on ne sait pas celle qui a été choisie par l'algorithme ;

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode, convergence théorique)
- en cas de non unicité des solutions, on ne sait pas celle qui a été choisie par l'algorithme ;
- l'influence de paramètres s'analyse par interpolation entre des solutions.

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode, convergence théorique)
- en cas de non unicité des solutions, on ne sait pas celle qui a été choisie par l'algorithme ;
- l'influence de paramètres s'analyse par interpolation entre des solutions. (interpolabilité supposée)

Résolution

La résolution analytique est généralement inaccessible :
(sauf dans les problèmes académiques)

- système d'EDP complexe ; (couplées, non linéaires)
- non unicité des solutions ; (instabilités, bifurcations)
- complexité de la forme des frontières ;
- complexité des conditions aux limites.

Un résultat numérique doit toujours être considéré avec circonspection :

- les résultats numériques sont approximatifs ;
  (erreurs de troncature, erreur de méthode, convergence théorique)
- en cas de non unicité des solutions, on ne sait pas celle qui a été choisie par l'algorithme ;
- l'influence de paramètres s'analyse par interpolation entre des solutions. (interpolabilité supposée)

> Les résolutions numériques sont néanmoins utiles car on ne dispose de rien d'autre !

Applications de la MMC

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état,

Applications de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T,$

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T,$ déformation,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies},$

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements),

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage),

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$),

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$),

Applications de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité $(\Phi_{int} = 0)$, isothermie $(\Phi_{th} = 0)$, petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

Applications de la MMC

Problème général
Résolution
Applications

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

- Propagation de perturbations

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

- Propagation de perturbations dans les fluides et/ou les solides.

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

- Propagation de perturbations dans les fluides et/ou les solides.
- Simplifications courantes :

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

- Propagation de perturbations dans les fluides et/ou les solides.
- Simplifications courantes : EDP linéarisées autour d'un état,

Applications de la MMC

Mécanique des fluides :

- Variables d'état : $\{T, \rho\}$
- Champs inconnus : description d'Euler du mouvement, des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (turbulence)
- Simplifications courantes : stationnarité, incompressibilité, isothermie, comportement newtonien, viscosités négligées.

Mécanique des solides déformables :

- Variables d'état : $\{T, \text{déformation}, \text{anisotropies}, \text{variables mnésiques}\}$.
- Champs inconnus : description de Lagrange du mouvement (ou des déplacements), des variables d'état, des fonctions d'état, $\cdots$
- Difficultés : couplage des EDP, instabilité des solutions (flambage), lois de comportement complexes.
- Simplifications courantes : stationnarité, élasticité ($\Phi_{int} = 0$), isothermie ($\Phi_{th} = 0$), petites déformations (cf. cinématique).

Acoustique :

- Propagation de perturbations dans les fluides et/ou les solides.
- Simplifications courantes : EDP linéarisées autour d'un état, comportements mécanique et thermique simplifiés.

Et maintenant une annonce...

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;
- Le problème élastique ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;
- Le problème élastique ;
- Illustrations numériques ;

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;
- Le problème élastique ;
- Illustrations numériques ;

Merci de votre attention.

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;
- Le problème élastique ;
- Illustrations numériques ;

Merci de votre attention.

Et maintenant une annonce...

Le prochain épisode s'intitule :

Comportement élastique

Au programme :

- Concepts fondamentaux ;
- Élasticité isotrope ;
- Pseudo-élasticité de Hooke ;
- Élasticité anisotrope ;
- Le problème élastique ;
- Illustrations numériques ;

Merci de votre attention.